

Provisões para Sinistros:  
Estudo do Mercado Segurador Português

por

Ana Margarida Coelho Alves

Dissertação apresentada como requisito  
parcial para obtenção do grau de

Mestre em Estatística e Gestão de Informação

pelo

Instituto Superior de Estatística e Gestão da Informação

da

Universidade Nova de Lisboa

Instituto Superior de Estatística e Gestão da Informação  
Universidade Nova de Lisboa

Provisões para Sinistros:  
Estudo do Mercado Segurador Português

Ana Margarida Coelho Alves

Dissertação apresentada como requisito  
parcial para obtenção do grau de  
Mestre em Estatística e Gestão de Informação

Orientação:  
Professora Doutora Maria de Lourdes Belchior Afonso  
Professora Doutora Gracinda Rita Diogo Guerreiro

Novembro, 2011

## **AGRADECIMENTOS**

A conclusão deste trabalho só foi possível com a ajuda preciosa de algumas pessoas a quem não podia deixar de referir e mostrar o meu agradecimento.

Em primeiro lugar começo por agradecer às minhas orientadoras, Professora Doutora Maria de Lourdes Belchior Afonso e Professora Doutora Gracinda Rita Diogo Guerreiro, pela imprescindível orientação, disponibilidade demonstrada, por todos os conselhos e recomendações prestados para a concretização da presente dissertação e por nunca me terem deixado desistir durante todo o decorrer deste projecto.

Um muito obrigado à minha mãe e à minha irmã pelo apoio incondicional que sempre me deram, pelas palavras de incentivo e pela preocupação constante em todas as etapas da minha vida.

Um especial agradecimento ao meu namorado por toda a paciência, todo o carinho e apoio emocional, prestados ao longo da frequência deste mestrado, que foram essenciais para a sua conclusão.

Uma palavra de agradecimento a todos os meus colegas e amigos pelo apoio, pela amizade, por toda a compreensão demonstrada no desenvolvimento desta dissertação e por nunca me terem deixado esquecer os meus objectivos.

Por fim agradeço a todos aqueles que não mencionei mas que também contribuíram para que esta realização fosse possível.

## RESUMO

As empresas de seguros transferem para si responsabilidades dos seus clientes, mediante o recebimento de um prémio. Não existe certeza sobre a ocorrência de custos associados, nem sobre a sua gravidade, pelo que a empresa, para o cálculo do valor deste prémio, tem de acautelar uma estimativa baseada na probabilidade de acontecimentos, para além de assegurar a sua margem de lucro.

Para garantir o cumprimento das responsabilidades futuras assumidas perante os segurados, as empresas de seguros devem igualmente constituir e manter provisões técnicas adequadas. Esta é uma das grandes preocupações na gestão de uma seguradora porque a não constituição de provisões suficientes pode comprometer a solvência da mesma.

De todas as provisões técnicas existentes, destacam-se, pela sua importância, especialmente no ramo não vida, as provisões para sinistros.

A presente dissertação tem como principal objectivo analisar os montantes das provisões para sinistros, dos ramos não vida, com maior impacto no mercado segurador português (automóvel e acidentes de trabalho), divulgados pelo Instituto de Seguros de Portugal, no relatório da actividade seguradora em Portugal, do ano 2009.

Existem várias metodologias para a estimação das provisões para sinistros, no entanto, é cada vez mais usual recorrer-se a métodos estatísticos de previsão, baseados na experiência passada. Neste trabalho foram utilizados, para a determinação das provisões para sinistros do ramo automóvel e do ramo acidentes de trabalho, o método determinístico *Chain Ladder* e o modelo estocástico *Thomas Mack*, para no final, efectuar-se a comparação dos resultados obtidos através destes modelos com os divulgados no Instituto de Seguros de Portugal.

## PALAVRAS-CHAVE

Provisões para sinistros; modelos determinísticos; modelos estocásticos; *Chain Ladder*; *Thomas Mack*.

## ABSTRACT

Insurance companies, upon receipt of a premium, assume the responsibilities of their clients. There is no certainty about the occurrence of associated costs, or their timing, therefore the company has to calculate the value of this premium, make an estimation based on the probability of events, as well as to ensure their profit margin.

To ensure compliance with future liabilities assumed on behalf of policyholders, insurance companies must also provide and maintain adequate technical provisions. This is a concern in the management of an insurance company because if it fails to establish sufficient reserves, it would threaten their solvency.

From all the technical provisions, loss reserving stand out due to its importance, especially in non-life insurance.

The main purpose of this dissertation is to study the amounts of loss reserving, for the non-life insurance with the greatest impact in the Portuguese insurance market (automobile insurance and workers' compensation insurance), based on the report of insurance business in Portugal in 2009, published by *Instituto de Seguros de Portugal* (ISP) which is the national authority responsible for regulation and supervision for the insurance, reinsurance and pension funds in Portugal.

There are several methodologies for loss reserving. However, it's increasingly common to use statistical methods of prediction based on past experience. This work will use the Chain Ladder deterministic method and the Thomas Mack stochastic model for loss reserving. We will compare the results obtained from these models with the loss reserves reported by the ISP.

## KEYWORDS

*Loss reserving; deterministic models; stochastic models; Chain Ladder; Thomas Mack.*

## ÍNDICE

AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO.....	iv
ABSTRACT.....	v
ÍNDICE.....	vi
ÍNDICE DE FIGURAS .....	viii
ÍNDICE DE QUADROS .....	ix
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS .....	xi
GLOSSÁRIO DE TERMOS .....	xii
 1. INTRODUÇÃO.....	 1
1.1. Objectivo do Estudo.....	2
1.2. <i>Rationale</i> / Lógica.....	2
1.3. Formulação das Questões .....	3
1.4. Delimitações e Limitações do Estudo.....	3
1.5. Descrição dos Capítulos.....	4
 2. REVISÃO DA LITERATURA .....	 5
2.1. Mercado Segurador Português.....	6
2.2. Provisões Técnicas.....	11
2.3. Provisão para Sinistros.....	15
2.4. Ramo Automóvel.....	17
2.5. Ramo Acidentes de Trabalho.....	21
 3. METODOLOGIA.....	 24
3.1. Aplicação Teórica.....	26
3.1.1. Método <i>Chain Ladder</i> . ....	27
3.1.2. Modelo <i>Thomas Mack</i> . ....	31
3.2. Aplicação Prática .....	41
3.2.1. Método <i>Chain Ladder</i> . ....	41
3.2.1.1. Ramo automóvel.....	41
3.2.1.2. Ramo acidentes de trabalho.....	44
3.2.2. Modelo <i>Thomas Mack</i> . ....	46
3.2.2.1. Ramo automóvel.....	46
3.2.2.2. Ramo acidentes de trabalho.....	52

3.3.	Formulário .....	58
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	60
4.1.	Resultados do Ramo Automóvel .....	60
4.2.	Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho .....	62
5.	CONCLUSÕES .....	64
6.	LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES .....	65
6.1.	Limitações do Estudo.....	65
6.2.	Recomendações para Estudos Futuros.....	65
	ANEXO I - 1º Pressuposto - Ramo Automóvel.....	67
	ANEXO II - 3º Pressuposto - Ramo Automóvel .....	68
	ANEXO III - Resultados do Ramo Automóvel (milhares de €).....	69
	ANEXO IV - 1º Pressuposto - Ramo Acidentes de Trabalho .....	70
	ANEXO V - 3º Pressuposto - Ramo Acidentes de Trabalho.....	71
	ANEXO VI - Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho (milhares de €) .....	72
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	73

## ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 2.1.</i> Provisão para sinistros dos ramos não vida (milhares €).....	15
<i>Figura 2.2.</i> Provisões técnicas dos ramos não vida.....	16
<i>Figura 2.3.</i> N° de apólices do ramo automóvel por tipo de cobertura (milhões €). .....	18
<i>Figura 2.4.</i> Prémios emitidos em 2009 do segmento não vida.....	19



## ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1. <i>Mercado Português</i> .....	6
Quadro 2.2. <i>Produção dos Ramos Vida e Não Vida</i> .....	7
Quadro 2.3. <i>Estrutura dos Canais de Distribuição em 2009</i> .....	9
Quadro 2.4. <i>Provisões Técnicas</i> .....	12
Quadro 2.5. <i>Provisões Técnicas dos Ramos Vida e Não Vida</i> .....	13
Quadro 2.6. <i>Passivo do Conjunto das Empresas de Seguros</i> .....	14
Quadro 2.7. <i>Produção do Ramo Automóvel</i> .....	19
Quadro 2.8. <i>Sinistralidade do Ramo Automóvel</i> .....	20
Quadro 2.9. <i>Produção do Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	22
Quadro 2.10. <i>Sinistralidade do Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	23
Quadro 3.1. <i>Matriz da Informação Histórica</i> .....	27
Quadro 3.2. <i>Montantes Estimados Acumulados</i> .....	30
Quadro 3.3. <i>Montantes Pagos Incrementais do Ramo Automóvel</i> .....	42
Quadro 3.4. <i>Montantes Pagos Acumulados do Ramo Automóvel</i> .....	42
Quadro 3.5. <i>Factores de Desenvolvimento para o Ramo Automóvel</i> .....	43
Quadro 3.6. <i>Resultados Obtidos para o Ramo Automóvel</i> .....	43
Quadro 3.7. <i>Montantes Pagos Incrementais do Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	44
Quadro 3.8. <i>Montantes Pagos Acumulados do Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	44
Quadro 3.9. <i>Factores de Desenvolvimento para o Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	45
Quadro 3.10. <i>Resultados Obtidos para o Ramo Acidentes de Trabalho</i> .....	45
Quadro 3.11. <i>Factores de Desenvolvimento Individuais do Ramo Automóvel</i> .....	47
Quadro 3.12. <i>Nº de Ordem de <math>A_{i,j} + 1/A_{i,j} = r_{i,j}</math> do Ramo Automóvel</i> .....	47
Quadro 3.13. <i>Nº de Ordem de <math>A_{i,j}/A_{i,j} - 1 = s_{i,j}</math> do Ramo Automóvel</i> .....	48

Quadro 3.14. Coeficientes de Correlação de Spearman do Ramo Automóvel .....	48
Quadro 3.15. Conjunto a que Pertence $A_{i,j} + 1/A_{i,j}$ do Ramo Automóvel .....	49
Quadro 3.16. Momentos das Variáveis $Z_k$ e $Z$ do Ramo Automóvel .....	49
Quadro 3.17. Estimativas de $\sigma_j^2$ e $EQM_{fj}$ do Ramo Automóvel .....	50
Quadro 3.18. Erro Padrão e Intervalos de Confiança Obtidos para o Ramo Automóvel .....	51
Quadro 3.19. Factores de Desenvolvimento Individuais do Ramo Acidentes de Trabalho.....	52
Quadro 3.20. N° de Ordem de $A_{i,j} + 1/A_{i,j} = r_{i,j}$ do Ramo Acidentes de Trabalho.....	53
Quadro 3.21. N° de Ordem de $A_{i,j}/A_{i,j} - 1 = s_{i,j}$ do Ramo Acidentes de Trabalho.....	53
Quadro 3.22. Coeficientes de Correlação de Spearman do Ramo Acidentes de Trabalho.....	54
Quadro 3.23. Conjunto a que Pertence $A_{i,j} + 1/A_{i,j}$ do Ramo Acidentes de Trabalho.....	54
Quadro 3.24. Momentos das Variáveis $Z_k$ e $Z$ do Ramo Acidentes de Trabalho .....	55
Quadro 3.25. Estimativas de $\sigma_j^2$ e $EQM_{fj}$ do Ramo Acidentes de Trabalho .....	56
Quadro 3.26. Erro Padrão e Intervalos de Confiança Obtidos para o Ramo Acidentes de Trabalho .....	56
Quadro 4.1. Resultados do Ramo Automóvel através do Método Chain Ladder .....	60
Quadro 4.2. Comparação das Reservas do Ramo Automóvel .....	61
Quadro 4.3. Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho através do Método Chain Ladder .....	62
Quadro 4.4. Comparação das Reservas do Ramo Acidentes de Trabalho .....	63

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

**APS** - Associação Portuguesa de Seguros

**AT** - Acidentes de Trabalho

**Auto** - Automóvel

**EP** - Erro Padrão

**EQM** - Erro Quadrático Médio

**IBNER** - *Incurred But Not Enough Reported*

**IBNR** - *Incurred But Not Reported*

**ISP** - Instituto de Seguros de Portugal

**PPNA** - Provisão para Prémios Não Adquiridos

**MLG** - Modelos Lineares Generalizados

**RC** - Responsabilidade Civil

## GLOSSÁRIO DE TERMOS

**Acidente de Trabalho** - “Acidente que se verifique no local e no tempo de trabalho, no trajecto de ida ou regresso ao local de trabalho ou noutros locais directamente relacionados com o contrato de trabalho e do qual resulte lesão corporal, perturbação funcional ou doença que provoque redução na capacidade de trabalho ou de ganho ou a morte.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Actuário** - “Técnico especializado na aplicação de cálculos estatísticos e matemáticos a operações financeiras no domínio dos seguros e fundos de pensões.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Agente de seguros** - Pessoa que exerce a actividade de mediação de seguros em nome e por conta de uma ou mais seguradoras ou de outro mediador de seguros, nos termos do ou dos contratos que celebre com essas entidades.

**Apólice de Seguro** - “Documento que contém as condições do contrato de seguro acordadas pelas partes e que incluem as condições gerais, especiais e particulares.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Capital Seguro** - “Valor máximo que o segurador paga em caso de sinistro, mesmo que o prejuízo seja superior. Este valor é, normalmente, definido nas condições particulares da apólice.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Carteira de Seguros** - “Conjunto de contratos de seguro em relação aos quais o mediador de seguros exerce a actividade de mediação e que lhe criam direitos e deveres para com seguradores e tomadores de seguros.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Companhia de Seguros** - “Entidade legalmente autorizada a exercer a actividade seguradora e que subscreve, com o tomador de seguro, o contrato de seguro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Contrato de Seguro** - Contrato pelo qual a seguradora se compromete, mediante o recebimento de uma determinada quantia (prémio ou prestação) a, no caso de

verificação de uma ocorrência (sinistro), fornecer ao segurado ou beneficiário uma prestação em dinheiro ou serviço.

**Corretor de Seguros** - “Mediador independente que, para aconselhar de forma imparcial, analisa diversos seguros existentes no mercado e selecciona os que melhor se adaptam às necessidades do cliente.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Dano Corporal** - “Dano relativo à vida, à saúde ou à integridade física de uma pessoa.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Dano Material** - “Prejuízo causado a coisas, bens materiais, créditos e quaisquer outros direitos patrimoniais.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Empresa de Seguros** - O mesmo que companhia de seguros.

***Incurred But Not Enough Reported - IBNER*** - Sinistros já ocorridos e comunicados à seguradora mas que ainda não se encontram totalmente regularizados.

***Incurred But Not Reported - IBNR*** - Sinistros já ocorridos mas ainda não reportados à seguradora.

**Indemnização** - “Valor pago por uma empresa de seguros para reparar ou ressarcir um dano resultante de um sinistro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Instituto de Seguros de Portugal** - Autoridade de supervisão da actividade seguradora e de fundos de pensões em Portugal.

**Mediação de Seguros** - “Actividade que consiste em: apresentar ou propor um contrato de seguro ou praticar outro acto que prepare a sua celebração; celebrar o contrato (quando o mediador tenha poderes para o efeito); apoiar a gestão e execução do contrato, em especial em caso de sinistro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Mediador de Seguros** - “Qualquer pessoa ou entidade que exerça, mediante remuneração, a actividade de mediação de seguros e se encontre inscrito como mediador no Instituto de Seguros de Portugal. Pode fazê-lo por conta de um ou vários seguradores ou de forma independente.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Passivo** - Saldo das responsabilidades de uma empresa num determinado momento.

**Pessoa Segura** - “Pessoa cuja vida, saúde ou integridade física se segura.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Prémio** - “Valor total, incluindo taxas e impostos, que o tomador do seguro deve pagar ao segurador pelo seguro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Provisão para Sinistros** - Custo total estimado que a seguradora terá que suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos, comunicados ou não, até ao final do exercício, após a dedução dos pagamentos já efectuados respeitantes aos mesmos.

**Provisões Técnicas** - “Montante que a empresa de seguros deve contabilizar e financiar adequadamente e ser suficiente para fazer face às responsabilidades resultantes dos contratos de seguro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Ramo de Seguro** - “Classificação legal dos seguros, de acordo com a sua natureza. Por exemplo, ramo vida e ramos não vida (ramo doença, ramo incêndio e elementos da natureza, ramo responsabilidade civil geral, etc.).” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Reservas Livres** - Valores que representam o excesso de activos sobre os passivos e que não estão afectos a nenhuma responsabilidade.

**Resseguro** - “Mecanismo de transferência de riscos de um segurador para outro segurador ou ressegurador.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Risco** - “Eventualidade de ocorrência de um evento aleatório susceptível de afectar o património do segurado.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Segurado** - “Pessoa singular ou colectiva no interesse da qual o contrato de seguro é celebrado, ou a pessoa (pessoa segura) cuja vida, saúde ou integridade física se segura.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Segurador/a** - O mesmo que companhia de seguros.

**Seguro** - O mesmo que contrato de seguro.

**Seguro Automóvel** - “Contrato através do qual o segurador cobre os riscos a que estão expostos os veículos terrestres a motor (automóveis, motociclos, etc.), incluindo a

responsabilidade civil decorrente da respectiva circulação, bem como coberturas facultativas, tais como danos próprios, assistência em viagem e protecção jurídica.” A cobertura de Responsabilidade Civil Automóvel é obrigatória. (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Seguro de Acidentes de Trabalho** - “Contrato através do qual o empregador transfere para o segurador a reparação de danos ao trabalhador ou seus familiares (em caso de morte) que resultem de um acidente de trabalho. Abrange prestações em espécie (por exemplo, de natureza médica, farmacêutica e hospitalar) e prestações em dinheiro (por exemplo, indemnizações, pensões e subsídios) pagos ao acidentado ou seus familiares. Este seguro é obrigatório.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Sinistro** - “Evento ou série de eventos resultantes de uma mesma causa susceptível de fazer funcionar as garantias de um ou mais contratos de seguro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Tarifa** - “Conjunto de critérios e de condições de subscrição que permitem o cálculo do prémio do seguro.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Tomador de Seguro** - “Pessoa singular ou colectiva que, por sua conta ou por conta de uma ou várias pessoas, celebra o contrato de seguro com a empresa de seguros, sendo responsável pelo pagamento do prémio.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

**Ultimate** (  $\hat{C}_{0,\infty}$  ) - Valor estimado da provisão relativa aos sinistros ocorridos no período 0 mas ainda não regularizados no ano  $N$ .

## 1. INTRODUÇÃO

As empresas de seguros têm como constante preocupação a constituição de provisões técnicas adequadas, que permitam assegurar o cumprimento das responsabilidades assumidas perante os tomadores de seguro.

É de extrema importância que os valores provisionados correspondam à realidade decorrente dos compromissos assumidos. A constituição de provisões insuficientes pode originar, no futuro, problemas financeiros graves que comprometam a solvência da empresa.

Nas demonstrações financeiras das empresas de seguros podemos verificar que as provisões técnicas representam a maior parte das responsabilidades da actividade (passivo), o que demonstra a sua importância. Estas dividem-se em várias classes, tendo sido escolhidas, para investigação neste trabalho, as provisões para sinistros dos ramos não vida, devido ao seu peso e importância nos relatórios anuais das seguradoras, e de entre estas, mais em concreto, as provisões para sinistros dos ramos acidentes de trabalho e automóvel.

As provisões para sinistros têm como objectivo assegurarem, por parte da empresa, o cumprimento de todas as responsabilidades assumidas nos contratos celebrados para os sinistros já ocorridos, protegendo desta forma os tomadores dos seguros e mantendo a solvabilidade da empresa, quer no presente quer no futuro.

As seguradoras têm a obrigação de constituir provisões para sinistros capazes de suportar todos os pagamentos inerentes aos sinistros ocorridos. No entanto, o desconhecimento que existe sobre os custos que poderão surgir no futuro, com os processos de sinistros não encerrados à data do seu cálculo (IBNER), e com os sinistros já ocorridos mas ainda não reportados à empresa de seguros (IBNR), dificultam a sua avaliação.

Para o cálculo das provisões para sinistros, actualmente, são utilizados vários métodos estatísticos que permitem fazer uma estimativa do valor esperado dos custos futuros decorrentes de sinistros pendentes à data da avaliação.



### **1.1. Objectivo do Estudo**

Este trabalho tem como objectivo analisar os montantes de provisões para sinistros, dos ramos não vida, divulgados nos relatórios anuais da actividade seguradora em Portugal (Instituto de Seguros de Portugal 2009). Serão analisadas as carteiras de seguros com maior impacto no mercado português, nomeadamente, a carteira de acidentes de trabalho e de automóvel.

Recorrendo aos dados disponibilizados pelo Instituto de Seguros de Portugal (2009), pretende-se estimar as provisões para sinistros, necessárias ao cumprimento das responsabilidades assumidas pelas seguradoras portuguesas, com sinistros já ocorridos mas ainda não resolvidos ou desconhecidos pela seguradora à data da última avaliação, e compará-las com os montantes realmente provisionados.

### **1.2. *Rationale* / Lógica**

O principal papel das seguradoras é proteger os segurados de eventuais prejuízos que poderão surgir com acontecimentos futuros.

É importante perceber se as seguradoras portuguesas têm capital suficiente para cumprir com as responsabilidades assumidas perante os tomadores de seguro.

Na bibliografia consultada existem bastantes trabalhos acerca das metodologias existentes para o cálculo das provisões para sinistros, no entanto, não se conhece nenhum trabalho que, utilizando os dados divulgados pelo Instituto de Seguros de Portugal (2009), analise o valor dessas provisões na actividade seguradora portuguesa. Assim, procurei incluir esse aspecto novo no presente trabalho.

### **1.3. Formulação das Questões**

Com este trabalho pretende-se dar resposta à seguinte questão de investigação: as seguradoras portuguesas terão, globalmente, constituído provisões para sinistros suficientes de modo a conseguirem assegurar o custo total estimado com as responsabilidades assumidas de sinistros ocorridos, declarados ou não, à data de avaliação?

Para uma melhor compreensão do tema em análise, serão abordadas as seguintes sub-questões: (a) quais as provisões técnicas existentes nas contas das seguradoras portuguesas; (b) qual o peso das provisões para sinistros no total das provisões técnicas; e (c) qual a evolução nos últimos anos da carteira de acidentes de trabalho e automóvel, na actividade seguradora portuguesa.

### **1.4. Delimitações e Limitações do Estudo**

O presente trabalho tem como base a informação agregada de todas as seguradoras a operarem no mercado nacional. Se por um lado a informação disponível tem um comportamento mais regular, por outro lado, caso haja dúvidas ou questões sobre essa mesma informação, não existe nenhuma entidade que possa justificar o comportamento da mesma informação, no sentido de ajudar a compreender a razão dos desvios observados.

Iremos trabalhar apenas com informação relativa aos últimos dez anos, pois a informação referente a anos anteriores encontra-se agregada. Não será possível avaliar as provisões para sinistros de todos os ramos reais disponíveis em Portugal pois o relatório do Instituto de Seguros de Portugal (2009) apenas apresenta dados desagregados por ano para os dois grandes ramos: Acidentes de Trabalho e Automóvel.

No ramo Automóvel é usual fazer a separação dos danos em danos materiais e danos corporais, pois os sinistros de danos materiais (danos causados aos veículos ou a bens existentes nas áreas dos acidentes) ocorrem, normalmente com maior frequência, mas com um custo médio inferior aos sinistros de danos corporais (danos físicos ou

mentais causados a terceiros). No relatório do Instituto de Seguros de Portugal (2009) não existe essa desagregação pelo que a estimativa será obtida usando os dados do conjunto.

No ramo Acidentes de Trabalho deve-se dar especial atenção às despesas vitalícias porque, tratando-se geralmente de encargos de assistência vitalícia, para a estimação das responsabilidades, é necessário obter mais informação sobre a população de sinistrados, nomeadamente os tipos e graus de incapacidade. Não existindo informação sobre as mesmas para a carteira nacional, serão utilizadas as reservas indicadas pelo ISP, para o ano 2009, assumindo que os valores estão bem provisionados pelas seguradoras.

## **1.5. Descrição dos Capítulos**

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos.

Neste primeiro capítulo, é feita uma introdução ao trabalho que vai ser desenvolvido ao longo desta tese.

No segundo capítulo é feito um enquadramento do mercado segurador português e realizado um estudo sobre as provisões (técnicas e para sinistros) e os ramos de seguros (automóvel e acidentes de trabalho) analisados neste projecto.

O terceiro capítulo apresenta as metodologias utilizadas na elaboração deste trabalho: método *Chain Ladder* e modelo *Thomas Mack*. Na primeira secção deste capítulo, faz-se a descrição dos modelos e na segunda secção são apresentadas as aplicações práticas de cada modelo às matrizes de desenvolvimento.

No quarto capítulo, são comparados e interpretados os resultados práticos obtidos, no capítulo anterior, através da aplicação dos métodos abordados na presente dissertação.

O quinto capítulo apresenta as conclusões finais do estudo realizado.

No último capítulo, mencionam-se as limitações encontradas na elaboração deste trabalho e apontam-se perspectivas de continuidade para trabalhos futuros.

Por fim, apresentamos os anexos e as referências bibliográficas.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

Na pesquisa realizada para este trabalho foram utilizados vários meios disponibilizados pela *Web*: repositórios nacionais, bibliotecas on-line, motores de busca, *Web Sites* com informação sobre a actividade seguradora, entre outros. Para além disso, foram também consultados alguns livros e trabalhos científicos em algumas bibliotecas.

Na procura de bibliografia relacionada com o assunto que se pretende abordar nesta dissertação, foram inicialmente utilizadas as seguintes palavras-chave: “Seguros”, “Mercado segurador em Portugal” e “Empresas de seguros”. Estas pesquisas originaram uma grande variedade de resultados, no entanto, muito poucos abordavam a matéria que se procurava. Por essa razão, e depois de várias buscas feitas, concluiu-se que as palavras-chave que mais produzem informação sobre o tema pretendido são: “Provisões para sinistros”, “Modelos determinísticos”, “Modelos estocásticos”, “*Chain Ladder*”, “*Thomas Mack*” e seus sinónimos em inglês.

A revisão da literatura teve início através do Repositório Científico de Acesso Aberto de Portugal – RCAAP<sup>1</sup> e da base de dados b-On<sup>2</sup> onde foram encontradas algumas referências, de autores portugueses, de estudos relacionados com a temática dos seguros, dos quais, destacaram-se os seguintes conteúdos: Solvência II, Ramo Automóvel e Modelos Estocásticos.

Através do *Web Site* do ISP<sup>3</sup> foi efectuada uma análise às estatísticas de seguros de 2009, da qual se conseguiu apurar a importância e a evolução das várias rubricas que constituem as contas das seguradoras. Foram também retirados trabalhos, definições, e legislação necessária à elaboração desta dissertação.

O presente capítulo está dividido em cinco partes. A primeira parte consiste em explicar o mercado segurador português, nomeadamente a divisão do negócio por ramos de seguros, a comercialização dos seguros, os seguros com subscrição obrigatória em Portugal e a entidade responsável pela supervisão de todas as empresas de seguros. Na segunda parte são apresentadas todas as provisões técnicas que as empresas de seguros devem constituir e manter, das quais foram escolhidas as provisões para sinistros, para

---

<sup>1</sup> <http://www.rcaap.pt>.

<sup>2</sup> <http://pesquisa.b-on.pt>.

<sup>3</sup> <http://www.isp.pt>.

um estudo mais aprofundado, na terceira parte deste capítulo. Nas duas últimas partes serão abordados os dois ramos de seguros analisados neste trabalho, os ramos Acidentes de Trabalho e Automóvel.

## 2.1. Mercado Segurador Português

A actividade seguradora detém actualmente uma importância vital para a sociedade, desempenhando importantes funções, na protecção de empresas e cidadãos dos riscos a que estão expostos e na captação de poupança de médio e longo prazo.

As companhias de seguros transferem para si responsabilidades, que os tomadores de seguro poderiam não ter possibilidade de assumir, caso optassem por auto-seguro.

Quadro 2.1. *Mercado Português*

	2007	2008	2009
<b>Nº de empresas de seguros</b>	<b>83</b>	<b>85</b>	<b>87</b>
<b>Empresas de direito português</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>47</b>
Vida	15	15	16
Não Vida	26	27	25
Mistas	7	6	6
<b>Sucursais de empresas estrangeiras</b>	<b>35</b>	<b>37</b>	<b>40</b>
Vida	6	7	6
Não Vida	25	24	27
Mistas	4	6	7
<b>Nº de trabalhadores</b>	<b>11.197</b>	<b>11.297</b>	<b>10.957</b>
Empresas de direito português	10.341	10.432	10.159
Sucursais de empresas estrangeiras	856	865	798
<b>Nº de mediadores</b>	<b>25.947</b>	<b>27.424</b>	<b>27.139</b>

Fonte: ISP

Através do Quadro 2.1 podemos verificar que, no final do exercício do ano 2009, encontravam-se a operar em território português 87 companhias de seguros estabelecidas em Portugal, sendo 47 destas companhias, sociedades de direito português, e as restantes 40, sucursais de empresas de seguros estrangeiras.

Relativamente ao ano anterior, em 2009, registou-se um aumento de 2 empresas. Este acréscimo surge do aparecimento de três novas sucursais de empresas estrangeiras e do desaparecimento de uma empresa de direito português.

Em 2009, perto de 11 mil trabalhadores operavam no sector segurador português e cerca de 27 mil mediadores de seguros apoiavam na distribuição dos produtos.

No negócio da actividade seguradora, existe uma divisão dos seguros, de acordo com a natureza dos bens a segurar, em dois grandes grupos: ramo vida e ramos não vida. O ramo vida incorpora os seguros que cobrem o risco de morte ou sobrevivência das pessoas e os produtos financeiros. Os ramos não vida agrupam todos os restantes seguros, como por exemplo, os seguros de automóvel, doença, acidentes pessoais, acidentes de trabalho e responsabilidade civil.

#### Quadro 2.2. *Produção dos Ramos Vida e Não Vida*

(milhões de €)

	2008	2009	% 2008	% 2009	Δ 09/08
<b>Produção Vida</b>	<b>11.005</b>	<b>10.384</b>	<b>71,8%</b>	<b>71,5%</b>	<b>-5,6%</b>
Seguros excluindo PPR's	7.649	7.213	69,5%	69,5%	-5,7%
PPR's	2.466	3.145	22,4%	30,3%	27,5%
Operações de Capitalização	890	25	8,1%	0,2%	-97,2%
<b>Produção Não Vida</b>	<b>4.324</b>	<b>4.132</b>	<b>28,2%</b>	<b>28,5%</b>	<b>-4,4%</b>
Acidentes e Doença	1.396	1.353	32,3%	32,7%	-3,1%
Acidentes de Trabalho	741	674	17,1%	16,3%	-9,1%
Doença	483	500	11,2%	12,1%	3,5%
Incêndio e outros Danos	732	744	16,9%	18,0%	1,7%
Automóvel	1.810	1.666	41,9%	40,3%	-8,0%
Transportes, RC Geral e Div.	386	368	8,9%	8,9%	-4,5%
<b>Produção Global</b>	<b>15.329</b>	<b>14.515</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>-5,3%</b>

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

A produção de seguros (prémios para contratos de seguros e entregas para contratos de investimento e de prestação de serviços) ascendeu, em 2009, a 14,5 mil milhões de euros, sendo 72% deste valor, relativo ao ramo vida, conforme se constata no Quadro 2.2.

O ano 2009 foi um ano de retracção, com um decréscimo de 5,3% face ao ano anterior. Esta situação deveu-se à contracção verificada quer na produção do ramo vida (-5,6%), quer na dos ramos não vida (-4,4%).

No segmento vida, a queda resultou, principalmente, de um declínio acentuado nas operações de capitalização (-97,2%). No entanto, há a realçar uma expansão dos PPR's (+27,5%), que serão actualmente os produtos que maior dinamismo apresentam na actividade vida.

Já a queda no segmento não vida, foi influenciada pelo decréscimo do volume de prémios das duas maiores linhas deste negócio, o ramo automóvel (-8.0%) e o ramo acidentes de trabalho (-9.1%).

A contrariar esta tendência destacaram-se os seguros de saúde (ou doença) com um crescimento de 3,5%. Esta área está em franco crescimento revelando uma grande aceitação junto da população portuguesa e ilustrando a crescente preocupação dos consumidores em protegerem-se contra estes riscos.

Igualmente positiva, embora relativamente modesta, foi a evolução do volume de prémios do ramo incêndio e outros danos (+1,7% em 2009) que agrega os seguros de multi-riscos, outra tradicional e importante linha de negócio da actividade seguradora.

A comercialização dos seguros é feita habitualmente através de mediadores de seguros, pessoas singulares ou colectivas, que podem revestir a qualidade de agentes ou corretores, que estabelecem a ligação entre as empresas de seguros e os consumidores na contratação de seguros e consequente transferência de riscos da esfera do consumidor para a seguradora.

De acordo com o Decreto-Lei nº 144/2006 de 31 de Julho, podem exercer a actividade de mediação de seguros, as seguintes categorias de mediadores: (a) mediador de seguros ligado tipo 1, (b) mediador de seguros ligado tipo 2, (c) agente de seguros, e (d) corretor de seguros.

Estas diferentes categorias de mediadores de seguros diferenciam-se através do critério da maior ou menor proximidade ou grau de dependência ou de vinculação com as seguradoras.

O mediador de seguros ligado apresenta o grau máximo de proximidade e de dependência face às empresas de seguros, distinguindo-se o tipo 1 do tipo 2, por este último exercer esta função em complemento da sua actividade profissional.

Segue-se o agente de seguros que possui, em regra, um grau de dependência intermédio, terminando com o corretor que é aquele em que tal relacionamento é o mais distante.

Quadro 2.3. *Estrutura dos Canais de Distribuição em 2009*

	Vida	Não Vida	Total
<b>Mediadores Ligados</b>	<b>87,15%</b>	<b>17,45%</b>	<b>68,02%</b>
Bancos	85,58%	11,76%	65,32%
Outras Instituições	1,57%	5,70%	2,70%
<b>Agentes</b>	<b>9,19%</b>	<b>51,03%</b>	<b>20,67%</b>
Bancos	1,15%	1,85%	1,34%
Outras Instituições	8,04%	49,18%	19,33%
<b>Corretores</b>	<b>0,96%</b>	<b>19,55%</b>	<b>6,06%</b>
<b>Venda directa</b>	<b>2,70%</b>	<b>11,97%</b>	<b>5,25%</b>
Balcões	2,60%	8,32%	4,17%
Telefone	n.d.	1,29%	0,35%
Internet	0,00%	0,52%	0,14%
Outros	0,11%	1,84%	0,58%
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

No Quadro 2.3 pode-se observar que os mediadores ligados formam a categoria predominante na distribuição dos seguros em Portugal, apresentando uma quota de 68%, no ano 2009. Os restantes mediadores de seguros, os agentes e os corretores, foram responsáveis por aproximadamente 27% das vendas.



O remanescente é a venda directa por parte das próprias seguradoras, seja ao balcão, por telefone ou por outra via, que representou, no seu conjunto, 5,25% do total da distribuição em 2009.

A quota do canal de distribuição internet pouco excedeu os 0,1% tendo sido praticamente nula no ramo vida.

Concentrando a análise no segmento vida, os bancos têm aí uma clara predominância sobre todos os outros canais de distribuição, assumindo uma quota global de 86,73%, dos quais 85,58% pertencem a mediadores ligados.

Neste segmento, só os restantes agentes (para além dos bancos) tiveram também uma presença expressiva na distribuição dos produtos seguradores, já que os balcões das seguradoras apresentaram uma quota inferior a 3%.

Bem mais repartida, e mais estável também, é a estrutura da distribuição no segmento não vida. Os agentes foram o principal canal de distribuição das seguradoras, assegurando mais de metade da comercialização dos respectivos produtos. Seguiram-se os corretores e os mediadores ligados, que tiveram uma dimensão relativa muito próxima, 19,55% e 17,45%, respectivamente. Mais modesta foi a importância dos outros canais alternativos de venda directa, onde os balcões das seguradoras se destacaram com uma quota de 8,32%.

Com o objectivo de proteger a população em geral, em Portugal têm sido definidos como obrigatórios alguns seguros, como por exemplo, o seguro de acidentes de trabalho e o seguro de responsabilidade civil automóvel. Esta obrigatoriedade pretende garantir, por exemplo, que num acidente de trabalho onde haja morte ou invalidez de um trabalhador, a subsistência da sua família esteja assegurada, ou por exemplo, se de um sinistro automóvel resultarem lesões materiais e/ou corporais em pessoas, estas sejam devidamente indemnizadas pelos danos sofridos.

As companhias de seguros complementam as suas ofertas com seguros facultativos, onde um indivíduo pode transferir parte dos riscos a que está exposto.

Os seguros obrigatórios são uniformes em todas as companhias de seguros, uma vez que todas seguram os mesmos riscos nas mesmas condições, variando essencialmente no preço e nos serviços prestados, os seguros facultativos possuem uma estrutura livre, isto é, cada companhia define os riscos que pretende suportar e quais as condições de adesão.

As empresas de seguros assumem responsabilidades com pagamentos de indemnizações e prestações que, por vezes, só se concretizam a longo prazo. De forma a garantir a protecção dos consumidores, em quase todos os países do mundo, foram criadas autoridades de supervisão que vigiam a capacidade das seguradoras e das entidades gestoras de fundos de pensões para assumirem os seus compromissos futuros. Em Portugal, actualmente, a entidade competente para a supervisão de todas as empresas de seguros, é o Instituto de Seguros de Portugal.

O ISP tem a missão de assegurar o bom funcionamento do mercado segurador em Portugal, através da estabilidade e solidez financeira de todas as instituições sob o acompanhamento e a vigilância do cumprimento das normas legislativas que regem o sector.

## **2.2. Provisões Técnicas**

É habitual afirmar-se que a actividade seguradora tem o ciclo de produção invertido, uma vez que, cobram-se os prémios hoje para pagar sinistros que eventualmente poderão correr, em momento incerto, no futuro.

Os custos com os sinistros são, por vezes, apenas conhecidos alguns anos mais tarde, e em montantes incertos.

Para garantir o cumprimento das responsabilidades assumidas perante os segurados e os terceiros, as seguradoras têm de constituir provisões, denominadas de técnicas. Estas são, geralmente, calculadas por actuários que se dedicam ao estudo do risco e da incerteza na actividade dos seguros e das pensões.

As provisões técnicas podem ser definidas como os montantes necessários a constituir e a manter pelas seguradoras para que, em qualquer momento, consigam cumprir com as suas obrigações decorrentes dos contratos de seguro.

No Quadro 2.4 encontram-se descritas as provisões técnicas que as empresas de seguros devem constituir e manter, de acordo com o artigo nº 70 do Decreto-Lei nº 94-B/98 de 17 de Abril republicado pelo do Decreto-Lei nº 2/2009 de 5 de Janeiro.

#### Quadro 2.4. *Provisões Técnicas*

Provisões Técnicas	Conceito
Provisão para prémios não adquiridos (PPNA)	<p>Esta provisão deve incluir a parte dos prémios brutos emitidos, relativamente a cada um dos contratos de seguro em vigor, com excepção dos respeitantes ao ramo vida, a imputar a um ou vários dos exercícios seguintes.</p> <p>Tem por base o princípio contabilístico da especialização do exercício, no qual o prémio a imputar a cada exercício é o correspondente aos riscos a suportar e aos custos administrativos e de gestão a incorrer nesse exercício.</p>
Provisão para riscos em curso	<p>Nesta provisão deverão ser apresentados os montantes necessários para fazer face a possíveis indemnizações e encargos a suportar após o termo do exercício e que excedam o valor dos prémios não adquiridos e dos prémios exigíveis aos contratos em vigor.</p> <p>É uma provisão complementar à provisão para prémios não adquiridos e a sua constituição é sinal de que os prémios praticados pela seguradora não são suficientes.</p>
Provisão para sinistros	<p>Esta provisão corresponde ao valor estimado que a empresa de seguros necessitará para cumprir com todas as responsabilidades provenientes de sinistros que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham ou não sido reportados, depois de deduzidos os montantes já pagos respeitantes a esses sinistros.</p> <p>É composta pela provisão para sinistros já ocorridos e reportados (IBNER) e pela provisão para sinistros já ocorridos mas ainda não reportados (IBNR).</p>
Provisão para participação nos resultados	<p>As seguradoras podem conceder aos segurados ou aos beneficiários dos contratos, participações dos resultados técnicos, resultados financeiros ou uma junção de ambos.</p> <p>Esta provisão deverá incluir esses montantes, sob a forma de participação de resultados, desde que tais montantes não tenham sido já distribuídos, nomeadamente mediante inclusão nas provisões matemáticas.</p>
Provisão de seguros e operações do ramo vida	<p>Esta provisão deve representar o valor das responsabilidades da empresa de seguros líquido das responsabilidades do tomador do seguro, em relação a todos os seguros e operações do ramo vida.</p> <p>É composta pelas seguintes provisões: provisão matemática, provisão de seguros e operações do ramo vida em que o risco de investimento é suportado pelo tomador do seguro, provisão para compromissos de taxa e provisão de estabilização de carteira.</p>
Provisão para envelhecimento	<p>É uma provisão constituída para o seguro de doença praticado segundo a técnica do seguro de vida (seguros de longo prazo).</p> <p>A metodologia que deverá ser aplicada é a mesma utilizada para a provisão matemática do ramo vida, com as devidas adaptações.</p>
Provisão para desvios de sinistralidade	<p>As empresas de seguros localizadas em zonas geográficas susceptíveis para catástrofes naturais devem constituir um reforço adicional das provisões.</p> <p>Esta provisão destina-se a fazer face a sinistralidade excepcionalmente elevada nos ramos de seguros em que, pela sua natureza, se preveja que aquela tenha maiores oscilações.</p> <p>Deve ser constituída para o seguro de crédito, seguro de caução, seguro de colheitas, risco de fenómenos sísmicos e risco atómico (resseguro aceite).</p>

Fonte: APS

Segundo Luís Portugal (2007), as provisões técnicas podem ser de dois tipos: (a) relativas ao passado, ou seja, responsabilidades respeitantes a acidentes ou perdas resultantes de eventos que ocorreram antes da data de contabilização; e (b) relativas ao futuro, sendo neste caso estas responsabilidades respeitantes a coberturas que vão ser garantidas no exercício seguinte mas cujos prémios já se processaram por inteiro.

As que respeitam ao passado são, por exemplo, as provisões para sinistros. São montantes provisionados para pagar sinistros que já ocorreram, estejam ou não participados à seguradora e que ainda não foram encerrados definitivamente.

Relativas ao futuro são, por exemplo, as provisões para prémios não adquiridos. Referem-se a prémios já processados mas cujo risco não diz respeito ao período que estamos a analisar, o que obriga a provisionar a parte do prémio que deve ser imputada a exercícios seguintes, apesar de já estar processado e eventualmente cobrado.

Pode-se observar no Quadro 2.5 as provisões técnicas existentes em cada um dos ramos vida e não vida:

Quadro 2.5. *Provisões Técnicas dos Ramos Vida e Não Vida*

(milhares de €)

	2009	%
Provisão para prémios não adquiridos	75.229	0,38%
Provisão para riscos em curso	0	0,00%
Provisão para sinistros	441.313	2,22%
Provisão para participação nos resultados	333.852	1,68%
Provisão matemática	18.889.871	95,11%
Provisão de seguros e operações do ramo vida em que o risco de investimento é suportado pelo tomador do seguro	3.620	0,02%
Provisão para compromissos de taxa	21.711	0,11%
Provisão de estabilização de carteira	37.219	0,19%
Outras provisões técnicas	57.622	0,29%
<b>Total Ramo Vida</b>	<b>19.860.437</b>	<b>100,00%</b>
Provisão para prémios não adquiridos	1.066.774	16,83%
Provisão para riscos em curso	133.027	2,10%
Provisão para sinistros	5.067.295	79,93%
Provisão para participação nos resultados	4.135	0,07%
Provisão para envelhecimento	1.542	0,02%
Provisão para desvios de sinistralidade	66.079	1,04%
Outras provisões técnicas	779	0,01%
<b>Total Ramo Não Vida</b>	<b>6.339.631</b>	<b>100,00%</b>

Fonte: Estatísticas de Seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009).

No segmento vida, as provisões matemáticas são as que apresentam maior influência, representando cerca de 95% do seu montante. No segmento não vida a sua evolução está intimamente ligada à provisão para sinistros, que representa aproximadamente 80% das provisões técnicas destes ramos.

A importância das provisões técnicas é claramente evidenciada na estrutura do balanço das empresas de seguros.

Como podemos verificar, através do Quadro 2.6, as provisões técnicas representam a maior parte das responsabilidades do sector segurador. No ano 2009, o seu montante cobria cerca de 49% da totalidade do passivo das empresas de seguros em Portugal, evidenciando uma percentagem significativa nos custos do negócio das seguradoras.

Quadro 2.6. *Passivo do Conjunto das Empresas de Seguros*

(milhares de €)

	2009	%
Provisões técnicas	26.200.067	48,52%
Passivos financeiros da componente de depósito de contratos de seguro e de contratos de seguro e operações consideradas para efeitos contabilísticos como contratos de investimento	24.517.515	45,40%
Outros passivos financeiros	1.520.811	2,82%
Passivos por benefícios pós-emprego e outros benefícios de longo prazo	18.705	0,03%
Outros credores por operações de seguros e outras operações	1.025.327	1,90%
Passivos por impostos e taxas	328.164	0,61%
Acréscimos e diferimentos	241.650	0,45%
Outras provisões	149.428	0,28%
Outros elementos do passivo	531	0,00%
Passivos de um grupo para alienação classificado como detido para venda	0	0,00%
<b>Total do Passivo</b>	<b>54.002.198</b>	<b>100,00%</b>

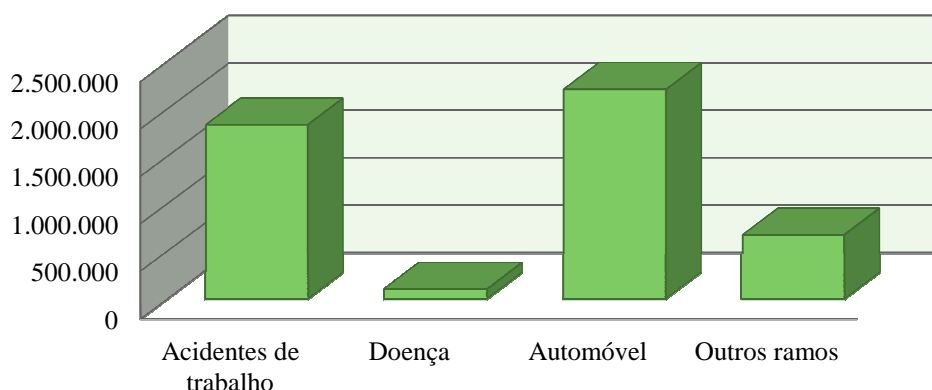
Fonte: Estatísticas de Seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009).

Conforme referido por Hugo Borginho (2003), “a adequação das provisões técnicas é objecto de especial acompanhamento por parte da própria empresa, nomeadamente dos actuários e auditores, dos seus accionistas e investidores e das autoridades de supervisão, sendo a preocupação primordial que, na medida do razoavelmente previsível, os valores apurados para a sua constituição correspondam o mais possível à realidade decorrente dos compromissos assumidos”.

### 2.3. Provisão para Sinistros

Em datas de avaliação, a seguradora necessita de mensurar as responsabilidades decorrentes de todos os sinistros ocorridos até essa data. Aí incluem-se todos os sinistros abertos, mas que ainda não estão totalmente liquidados, bem como aqueles que ainda não foram participados à seguradora sendo, no momento, já da sua responsabilidade. A responsabilidade estimada pelo segurador, respeitante a esses sinistros, é contabilizada na rubrica Provisão para Sinistros. Esta provisão existe tanto nos ramos vida como nos ramos não vida e corresponde ao custo total estimado que a seguradora terá que suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos, comunicados ou não, até ao final do exercício, após a dedução dos pagamentos já efectuados respeitantes aos mesmos. Assim, as provisões para sinistros têm como principal objectivo estimar o custo dos sinistros até ao momento em que estes se encontrem totalmente participados e regularizados, ou seja, quando já não existirem novas aberturas, reaberturas, reavaliações ou processos por encerrar.

Os ramos de acidentes de trabalho e automóvel representam os dois maiores segmentos da provisão para sinistros dos ramos não vida, como se pode observar na Figura 2.1. O conjunto das suas provisões equivale a cerca de 80% da totalidade desta rubrica. Um estudo mais aprofundado sobre cada um destes ramos, pode ser consultado nos capítulos seguintes.



*Figura 2.1.* Provisão para sinistros dos ramos não vida (milhares €).

*Fonte:* Estatísticas de Seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009).

As provisões para sinistros dividem-se em dois tipos de provisões: provisões para sinistros IBNR (*Incurred But Not Reported*) e provisões para sinistros IBNER (*Incurred But Not Enough Reported*).

As provisões para sinistros IBNR destinam-se a regularizar os custos com sinistros já ocorridos mas que, no final do exercício, ainda não tenham sido participados à empresa de seguros, isto é, a seguradora desconhece a sua existência.

As provisões para sinistros IBNER são os custos estimados que uma empresa de seguros necessita para regularizar sinistros já participados mas cujas indemnizações ainda não foram liquidadas na totalidade.

A previsão para IBNR e IBNER tem um papel fundamental na actividade seguradora. O seu grau de importância varia de acordo com os ramos em que as seguradoras exercem a sua actividade, consoante se trate de seguro directo ou de resseguro, e consoante os tipos de riscos que os ramos seguram.

Através da Figura 2.2 pode-se observar que nas contas anuais do mercado segurador português, divulgadas pelo ISP, referentes ao ano 2009, a provisão para sinistros representava 80% das provisões técnicas dos ramos não vida.

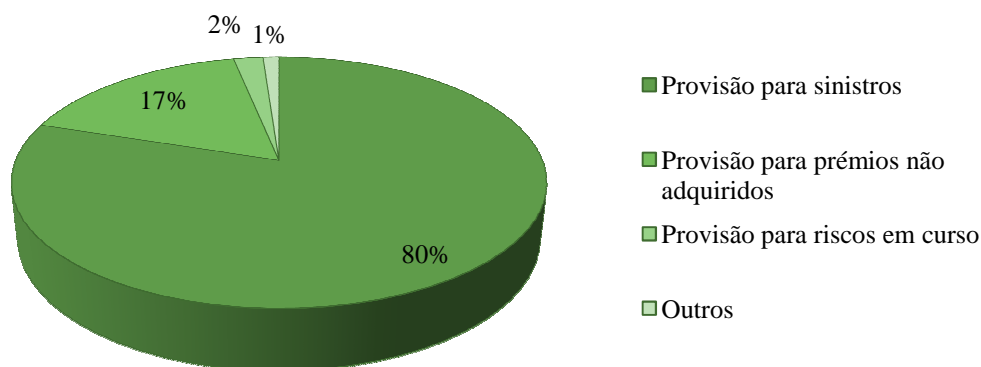


Figura 2.2. Provisões técnicas dos ramos não vida.

Fonte: Estatísticas de Seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009).

Estas previsões constituem um instrumento importante para o cálculo dos prémios a emitir. Se os montantes aprovisionados não forem suficientes, as seguradoras

podem deparar-se, no futuro, com problemas financeiros graves que poderão originar, no pior cenário, a falência.

De acordo com Luís Portugal (2007) o balanço de uma seguradora pode não traduzir a sua verdadeira situação económica e financeira. Se as provisões para sinistros estiverem muito elevadas face às verdadeiras responsabilidades, a companhia poderá aparecer com poucas reservas livres, quando a realidade é diferente. Por sua vez, uma companhia que apareça com muitas reservas livres, pode aparentar uma força financeira que não corresponde à sua verdadeira situação, se as provisões para sinistros estiverem com valores baixos face às responsabilidades que representam. Analisar um balanço de uma seguradora, sem se conhecer o relatório actuarial que lhe está subjacente e os propósitos com que foi construído, pode não significar aquilo que esperaríamos.

Existem vários métodos para calcular as estimativas das provisões para sinistros, desde os mais simples aos mais sofisticados. A escolha de um método depende de vários factores, nomeadamente, da qualidade da informação histórica disponível.

Geralmente são utilizados métodos estatísticos, baseados no histórico da seguradora ou do mercado segurador envolvente, no entanto, se os dados disponíveis não foram suficientes para a sua aplicação, deve-se recorrer ao método caso a caso e realizar uma estimação individual das provisões para cada processo de sinistros.

No capítulo três são descritos alguns dos métodos utilizados para a estimação das provisões para sinistros, dando destaque ao tradicional *Chain Ladder* determinístico e ao modelo estocástico *Thomas Mack*.

## **2.4. Ramo Automóvel**

O seguro automóvel tem quatro grandes grupos de riscos em Portugal: (a) responsabilidade civil veículos; (b) veículos terrestres (danos materiais do veículo seguro); (c) pessoas transportadas; e (d) mercadorias transportadas.

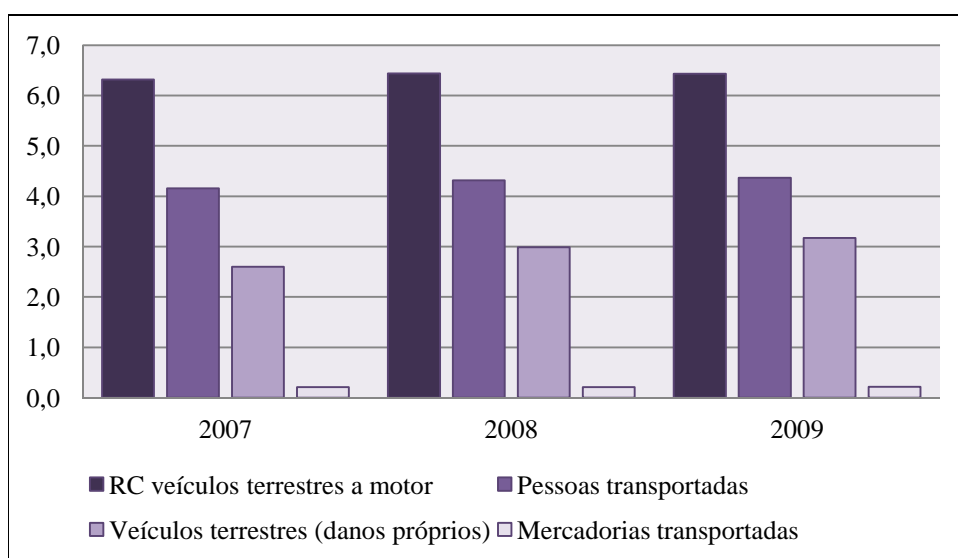
A responsabilidade civil é a componente obrigatória do seguro automóvel que visa proteger os legítimos interesses das pessoas que, transportadas ou não, possam ser atingidas por prejuízos decorrentes de lesões causadas por veículos seguros.



A cobertura dos veículos terrestres é facultativa, tendo como objectivo garantir a reparação dos danos ocorridos na própria viatura segura.

As outras componentes facultativas do ramo automóvel são as pessoas transportadas que pretende garantir uma indemnização pelos danos corporais ao condutor e aos passageiros do veículo seguro e as mercadorias transportadas que garante os danos causados aos bens transportados, no caso de transporte colectivo de mercadorias.

Através da Figura 2.3 pode-se observar que quase metade das apólices de automóvel integra já coberturas de danos próprios (veículos terrestres) e mais de 2/3 coberturas de acidentes pessoais (pessoas transportadas).



*Figura 2.3.* N° de apólices do ramo automóvel por tipo de cobertura (milhões €).

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

A consagração legal de um seguro obrigatório de responsabilidade civil automóvel, como sucede em todos os países da união europeia, associada à crescente dimensão do parque automóvel nacional, tornam o seguro automóvel no mais massificado dos seguros não vida.

Em 2009, os prémios brutos emitidos do ramo automóvel representaram cerca de 42% dos prémios brutos emitidos do segmento não vida, como se pode observar na Figura 2.4.

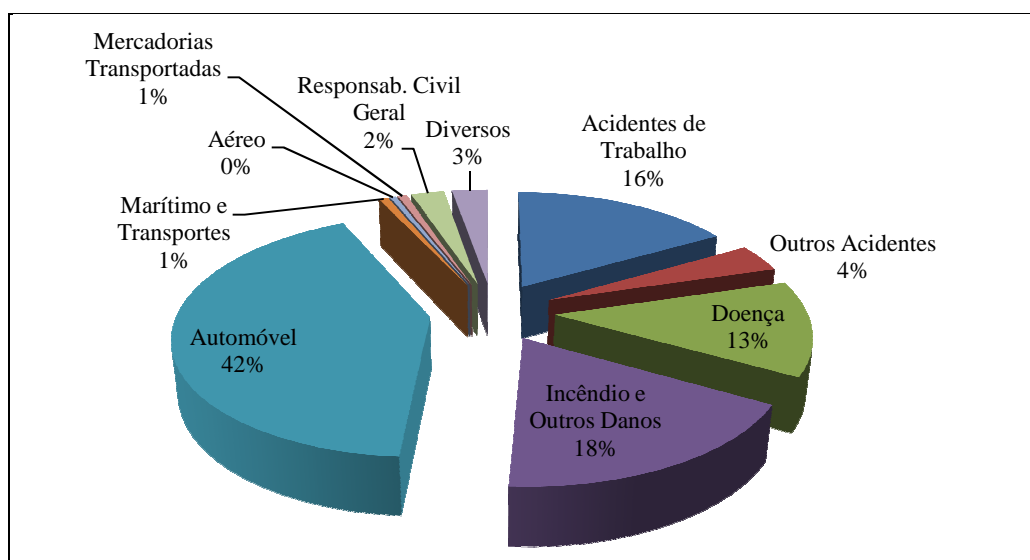


Figura 2.4. Prémios emitidos em 2009 do segmento não vida.

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

Através do Quadro 2.7 podemos verificar que no final do exercício do ano 2009, cerca de 6,9 milhões de automóveis se encontravam cobertos por um seguro (incluindo outros veículos que não apenas os ligeiros). Este valor não sofreu grandes alterações, face ao ano anterior, apresentando-se praticamente estagnado, o que também se veio a verificar no nº de apólices.

Quadro 2.7. *Produção do Ramo Automóvel*

	2007	2008	2009
<b>Nº de apólices no fim do exercício</b>	6.320.983	6.441.771	6.443.017
<b>Nº de veículos no fim do exercício</b>	6.678.196	6.838.454	6.859.724
<b>Capitais seguros (milhões €)</b>	83.380.650	88.540.943	91.394.949
<b>Prémios emitidos (milhares €)</b>	1.943.902	1.809.740	1.665.589
<b>Prémio emitido médio por veículo (€)</b>	291	265	243

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

O volume de prémios tem sofrido um significativo decréscimo nos últimos anos, tendo sido processado cerca de 1,7 mil milhões de euros no ano 2009. A explicação para esta evolução decorre, naturalmente, da expressiva redução do prémio médio das

apólices, mesmo incorporando estas uma crescente amplitude de coberturas e assegurando capitais mais elevados.

O prémio médio por veículo rondava, em 2009, os 243 euros, cerca de 48 euros abaixo do valor no ano 2007.

Se o ramo automóvel é o maior do segmento não vida em produção, também o é em sinistralidade. A elevada frequência da sinistralidade rodoviária, a complexidade de alguns processos e os requisitos de celeridade na sua regularização, implicam a adopção de estruturas e processos bem exigentes.

A análise da sinistralidade do ramo automóvel revela um agravamento do número de sinistros ocorridos, como se pode observar no Quadro 2.8.

Quadro 2.8. *Sinistralidade do Ramo Automóvel*

	2007	2008	2009
<b>Nº de sinistros ocorridos</b>	727.533	769.898	818.000
<b>Danos materiais</b>	714.851	755.024	805.326
<b>Danos corporais</b>	46.179	45.331	43.333
<b>Custos com sinistros (milhares €)</b>	1.333.569	1.350.026	1.372.781
<b>Danos materiais</b>	881.368	915.980	1.000.304
<b>Danos corporais</b>	452.200	434.046	372.477
<b>Custo médio dos sinistros (€)</b>	1.833	1.754	1.678
<b>Taxa de frequência</b> (sinistros/apólices)	11,5%	12,0%	12,7%
<b>Taxa de sinistralidade</b> (custos/prémios)	68,6%	74,6%	82,4%

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

Apesar deste crescimento dos sinistros, os correspondentes custos totais têm mantido uma relativa estabilidade, permanecendo próximos dos 1,4 mil milhões de euros, o que se associa a uma redução da gravidade dos acidentes e, consequentemente, do seu custo médio.

A evolução do número de sinistros é bem mais expressiva no que respeita aos danos materiais. A maioria dos sinistros ocorridos apresenta apenas danos materiais, mesmo assim, no ano 2009, ocorreram cerca de 43 mil sinistros com danos corporais.

A taxa de frequência revela que existem cerca de 12 sinistros por cada 100 veículos.

“Os sinistros ocorridos mas não participados têm uma grande importância no final do ano, já que este coincide com um período de grande sinistralidade rodoviária provocada pela maior exposição ao risco dos condutores às chuvas e ao mau tempo. Atendendo a que muitas das participações só chegam às seguradoras após a recuperação das vítimas ou após a entrega do processo a um advogado, há uma grande concentração de sinistros de Novembro e Dezembro nos primeiros meses do ano seguinte.” (Portugal 2007).

## **2.5. Ramo Acidentes de Trabalho**

Em Portugal, o seguro de acidentes de trabalho é obrigatório e tem por objectivo reparar os danos provenientes dos acidentes de trabalho e doenças profissionais. Esta obrigatoriedade recai sobre todas as entidades empregadoras e sobre os trabalhadores independentes. Visa salvaguardar os trabalhadores por conta de outrem e seus familiares e os trabalhadores que exercem uma actividade por conta própria.

“Um acidente de trabalho é aquele que se verifique no local e no tempo de trabalho, no trajecto de ida ou regresso ao local de trabalho ou noutros locais directamente relacionados com o contrato de trabalho e do qual resulte lesão corporal, perturbação funcional ou doença que provoque redução na capacidade de trabalho ou de ganho ou a morte.” (Instituto de Seguros de Portugal s.d.).

No Quadro 2.9 podemos observar que, no final do exercício do ano 2009, havia cerca de 743 mil apólices de acidentes de trabalho em Portugal. Este número apresentou um ligeiro crescimento face ao ano anterior, o qual foi alcançado exclusivamente nos trabalhadores independentes, uma vez que, o número de apólices de trabalhadores por conta de outrem, entre o ano 2008 e o ano 2009, não sofreu grandes alterações.

Os salários seguros têm registado uma evolução crescente nos últimos anos, atingindo quase 45 mil milhões de euros, no ano 2009. O volume de negócios, pelo

contrário, tem apresentado um decrescimento, que se acentuou significativamente no ano 2009, com uma queda de 9,1%.

Os prémios médios por apólice têm vindo a diminuir desde 2007, originando consequentemente, uma regressão no valor dos prémios emitidos. Com um prémio médio por apólice de 907 euros, o volume de prémios, no ano 2009, ascendeu a 674 milhões de euros.

Quadro 2.9. *Produção do Ramo Acidentes de Trabalho*

	2007	2008	2009
<b>Nº de apólices no fim do exercício</b>	746.014	741.589	743.001
<b>Trabalhadores por conta de outrem</b>	556.664	550.316	550.434
<b>Trabalhadores independentes</b>	189.350	191.273	192.567
<b>Salários seguros (milhões €)</b>	40.819	43.254	44.537
<b>Prémios emitidos (milhares €)</b>	762.532	741.075	673.679
<b>Prémio emitido médio por apólice (€)</b>	1.022	999	907

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

A elevada sinistralidade laboral que afecta ainda a actividade económica portuguesa penaliza naturalmente os custos associados à gestão deste risco, que tem uma complexidade adicional associada ao pagamento de pensões vitalícias aos sinistrados com elevada incapacidade permanece ou aos herdeiros de trabalhadores falecidos.

Uma análise à evolução da sinistralidade do ramo acidentes de trabalho, entre os anos 2007 e 2009, revelou uma descida no número de sinistros ocorridos, nomeadamente, em trabalhadores por conta de outrem, como se pode observar no Quadro 2.10.

A evolução dos custos com sinistros (sem pensões) regrediu de forma significativa entre 2008 e 2009 (-9,7%).

O custo médio por sinistro (sem pensões) tem apresentado uma evolução crescente, situando-se em 1.543 euros, no ano 2009.

A taxa de frequência revela que em 10 apólices cerca de 3 têm sinistros.

Quadro 2.10. *Sinistralidade do Ramo Acidentes de Trabalho*

	2007	2008	2009
<b>Nº de sinistros ocorridos</b>	258.902	260.836	229.799
<b>Trabalhadores por conta de outrem</b>	238.233	242.008	210.969
<b>Trabalhadores independentes</b>	20.669	18.828	18.831
<b>Custos com sinistros - sem pensões (milhares €)</b>	369.991	392.748	354.676
<b>Custo médio por sinistro - sem pensões (€)</b>	1.429	1.506	1.543
<b>Taxa de frequência (sinistros/apólices)</b>	34,7%	35,2%	30,9%
<b>Taxa de sinistralidade (custos/prémios)</b>	48,5%	53,0%	52,6%
<b>Nº de pensionistas no fim do exercício</b>	n.d.	42.068	41.567

Fonte: Panorama do Mercado Segurador (Associação Portuguesa de Seguros 09/10).

Em 2009, as seguradoras suportaram o pagamento de rendas a mais de 41 mil pensionistas de acidentes de trabalho.

Devido às volumosas pensões que as seguradoras têm que suportar, este ramo acumula um montante significativo de provisões.

Segundo Luís Portugal (2007), as provisões para sinistros do ramo acidentes de trabalho podem incluir várias despesas: (a) a curto prazo, que depois não se repetem, (b) periódicas, durante um certo número de anos, que depois se reduzem ou desaparecem, (c) periódicas que desaparecem para mais tarde aparecerem pontualmente, e (d) periódicas permanentes.

### **3. METODOLOGIA**

Uma empresa de seguros só toma conhecimento da ocorrência de um sinistro, quando o segurado lhe transmite essa informação, o que poderá ocorrer algum tempo depois do momento do sinistro. O pagamento das indemnizações, decorrentes desse sinistro, só será efectuado após tomadas as diligências necessárias por parte da seguradora, nomeadamente a confirmação da validação e avaliação do sinistro. Após efectuados todos os pagamentos de indemnizações, a seguradora encerrará o respectivo processo do sinistro, no entanto, esse poderá ser reaberto se surgirem informações relevantes relacionadas com o sinistro em causa, o que poderá dar origem a novos pagamentos para regularizar e encerrar de novo o processo.

No final de cada exercício, as seguradoras têm a obrigação de constituir provisões para os montantes que serão necessários à regularização de sinistros já ocorridos mas ainda não encerrados (IBNER) e para sinistros cuja sua ocorrência ainda não tenha sido comunicada (IBNR).

A estimativa do custo total que uma empresa de seguros terá de suportar para regularizar todos os sinistros que ocorrem até ao final do exercício, assume uma importância fulcral para o cálculo das necessidades de capital.

São várias as metodologias de estimação existentes para o cálculo das provisões para sinistros dos ramos não vida das seguradoras, que se baseiam na informação histórica da sinistralidade, para fazerem projecções futuras. No entanto, essas metodologias encontram-se condicionadas à qualidade e disponibilidade da informação histórica, sendo necessário recorrer a modelos de maior complexidade, à medida que aumenta a heterogeneidade dos dados.

A inexistência de um método estatístico padrão, permite a cada companhia de seguros avaliar qual a metodologia mais adequada aos seus dados históricos.

A empresa de seguros deve possuir informação fiável do passado, que permitirá, através de métodos estatísticos, inferir a sua evolução para o futuro.

A informação deve ser previamente tratada, de modo a criar grupos de dados homogéneos, nomeadamente a separação dos dados por tipo de cobertura, de forma a permitir obter resultados mais fiáveis.

A informação histórica utilizada, normalmente, para o cálculo das provisões para sinistros, é o conjunto dos montantes pagos incrementais, no entanto, é possível utilizar outros dados, como por exemplo, o número de sinistros pagos.

Uma estimativa das reservas deve ser feita considerando modelos cujos pressupostos se adaptem de forma aceitável aos dados históricos.

Os modelos existentes para a estimação das provisões para sinistros dividem-se em dois grupos: os métodos determinísticos e os modelos estocásticos (Taylor 2000).

Os métodos determinísticos determinam uma estimativa pontual para a provisão para sinistros sem quantificarem o grau de incerteza ou a variabilidade dos resultados obtidos. Estes métodos não permitem associar um erro às estimativas alcançadas mas têm a vantagem de serem muito simples e eficazes. Uma grande variedade destes métodos pode ser consultada em *Faculty and Institute of Actuaries* (1997).

Os modelos estocásticos permitem obter estimativas da provisão associadas a medidas de erro e construir intervalos de confiança para essas estimativas. Através destes modelos é possível analisar o grau de confiança que podemos atribuir aos resultados obtidos e utilizar testes de diagnóstico para avaliar a qualidade do ajustamento aos dados. Estes modelos podem ser divididos em modelos paramétricos, onde se assume que os dados seguem uma determinada distribuição de probabilidade, e modelos não paramétricos. Apesar da maior dificuldade de implementação e interpretação destes modelos, existem vantagens claras na sua utilização.

Como exemplo de modelos estocásticos encontra-se o modelo proposto por *Thomas Mack* (Mack 1993), onde a cada montante de reserva se associa um erro de previsão sem fazer suposições acerca da distribuição, o qual foi revisto em (Mack 1999), onde o autor acrescentou o factor cauda ao modelo. É um modelo não paramétrico, uma vez que não assume uma distribuição de probabilidade específica para os dados.

De acordo com o exposto em (Borginho 2003), existem também os modelos estocásticos enquadrados nos Modelos Lineares Generalizados (MLG), que tiveram a sua origem nos modelos de regressão linear, baseados na distribuição Normal e nos modelos de *Poisson* e Binomiais. São modelos constituídos por uma estrutura estatística flexível, com um vasto campo de aplicação, nos quais se especifica a distribuição para as variáveis aleatórias, obtendo assim a melhor estimativa para as reservas, através do



valor esperado, e do erro de previsão, através da função variância e da matriz das covariâncias dos estimadores. No caso particular das provisões para sinistros, assume-se que os montantes pagos incrementais,  $C_{i,j}$ , são variáveis independentes, identicamente distribuídas com distribuição de probabilidade pertencente à família exponencial.

O modelo estocástico de *Bootstrap* é uma técnica de reamostragem que foi introduzida por *Efron* em 1979 e que explora o poder computacional actualmente existente, procurando, dessa forma, substituir ou complementar a análise estatística teórica. Segundo (Borginho 2003), este método baseia-se na geração de repetições da amostra inicial, através de simulações, permitindo a obtenção de estatísticas de interesse, bem como aferir da variabilidade das estimativas obtidas. O principal objectivo desta metodologia não é obter os montantes das indemnizações mas sim analisar o grau de incerteza de um determinado modelo de estimação de reservas para sinistros associado a uma dada carteira de seguros.

Estes são alguns dos modelos estocásticos mais conhecidos tendo cada um deles as suas vantagens e limitações.

Apesar da grande variedade de métodos de estimação, conforme enunciado por *Thomas Mack* (Mack 1993), a estimativa obtida por um método estatístico não passa disso mesmo, pois o passado pode não vir a replicar-se no futuro, requerendo uma análise aprofundada por parte do actuário da seguradora. Por esse motivo, mais vale um método simples, que o utilizador saiba exactamente como funciona e quais as suas fraquezas.

### 3.1. Aplicação Teórica

Neste trabalho, para o cálculo da estimação das provisões para sinistros dos ramos acidentes de trabalho e automóvel, da actividade seguradora em Portugal, serão utilizadas duas técnicas estatísticas: o método determinístico *Chain Ladder* (Zehnwirth 1989) devido à sua simplicidade e devido a não assumir qualquer distribuição de probabilidade e o modelo estocástico *Thomas Mack* (Mack 1993) por apresentar

resultados idênticos ao método *Chain Ladder* mas com a vantagem de calcular o erro de previsão.

### 3.1.1. Método *Chain Ladder*.

O método *Chain Ladder* (Zehnwirth 1989) é muito utilizado por ter a vantagem de ser muito simples e prático. Tem por base a ideia de que através dos valores conhecidos das evoluções passadas se pode estimar os valores dos pagamentos futuros.

Considera que existe proporcionalidade entre os acontecimentos passados e os que irão decorrer no futuro.

Assume que existe independência entre os diversos anos de ocorrência e que a frequência de sinistralidade pode variar ao longo do tempo.

Parte do pressuposto que existe proporcionalidade directa entre os anos de desenvolvimento (colunas do triângulo) e que os factores de desenvolvimento, utilizados para a projecção da informação futura, são os mesmos ao longo dos anos de ocorrência dos sinistros.

Este método utiliza a informação histórica agrupada numa matriz incompleta, denominada por matriz de *run-off*, como apresentado no Quadro 3.1.

Quadro 3.1. *Matriz da Informação Histórica*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento								
	0	1	2	...	$j$	...	N-1	N	$\infty$
0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$	...	$C_{0,j}$	...	$C_{0,N-1}$	$C_{0,N}$	$\hat{C}_{0,\infty}$
1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,j}$	...	$C_{1,N-1}$		
2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,j}$	...			
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$				
$i$	$C_{i,0}$	$C_{i,1}$	$C_{i,2}$	...	$C_{i,j}$				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$						
N-1	$C_{N-1,0}$	$C_{N-1,1}$							
N	$C_{N,0}$								

Cada linha da matriz representa o período de ocorrência dos sinistros, isto é, o período em que se verificaram os sinistros, sendo  $N$  o último período com informação disponível. As colunas da matriz representam o período de desenvolvimento dos sinistros, ou seja, o período de pagamento das indemnizações de sinistro. As diagonais da matriz são os “períodos calendários”, isto é, os períodos em que são feitos os pagamentos. As unidades utilizadas para dividir estes períodos podem ser meses, trimestres, quadrimestres, anos, etc. Geralmente opta-se por considerar cada período como sendo um ano.

O valor  $C_{i,j}$  representa a informação disponível referente ao período de ocorrência  $i$  e ao período de desenvolvimento  $j$  ( $i = 0, \dots, N$  e  $j = 0, \dots, N$ ). Pode representar o montante total ou a média das indemnizações pagas, o número de sinistros declarados, o número de sinistros pagos, o número de apólices ou o montante dos prémios.

O modelo pode ser estendido à previsão para além do período de desenvolvimento  $N$ , criando desta forma uma cauda. Assim, a última coluna da matriz, com o símbolo  $\infty$ , vai englobar todos os sinistros ocorridos cuja regularização só é efectuada em períodos após o período de desenvolvimento  $N$ . Sendo  $\hat{C}_{0,\infty}$  (*ultimate*) o valor estimado da provisão relativa aos sinistros ocorridos no período 0, mas ainda não regularizados no ano  $N$ . Usualmente esta estimativa é apurada pelo gestor de sinistros, caso a caso. Se  $N$  corresponder a um período relativamente alargado já existirão poucos sinistros ainda abertos, mas por outro lado é frequente serem os sinistros mais difíceis de quantificar.

Os valores que ficam abaixo da diagonal principal da matriz, parte inferior do triângulo, são desconhecidos porque representam os anos futuros, ou seja, aquilo que a seguradora desconhece e tem interesse em prever, de modo a constituir a reserva necessária à sua cobertura. É nesse sentido que se recorre à utilização de métodos estatísticos para efectuar a estimação desses mesmos valores.

A implementação deste método inicia-se com a transformação da matriz de montantes pagos incrementais, apresentada no Quadro 3.1, numa nova matriz de montantes pagos acumulados, utilizando as seguintes equações:

(3.1)

$$A_{i,j} = \sum_{k=0}^j C_{i,k}$$

(3.2)

$$\hat{A}_{0,\infty} = A_{0,N} + \hat{C}_{0,\infty}$$

Com o triângulo de montantes pagos acumulados, obtém-se os respectivos factores para cada um dos anos de desenvolvimento, denominados factores de desenvolvimento, através das expressões:

(3.3)

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{N-j-1} A_{i,j+1}}{\sum_{i=0}^{N-j-1} A_{i,j}} \quad , \quad j = 0, \dots, N-1$$

(3.4)

$$\hat{f}_N = \frac{\hat{A}_{0,\infty}}{A_{0,N}}$$

O factor  $\hat{f}_N$  é denominado por factor de cauda e permite determinar o montante total a pagar, depois de  $N$  anos de desenvolvimento.

Para se estimar a parte inferior do triângulo, multiplica-se o valor da última diagonal do triângulo de montantes acumulados pelos respectivos factores de desenvolvimento médios, de acordo com os anos de desenvolvimento que ainda faltam para completar o *run-off*, da seguinte forma:

(3.5)

$$\hat{A}_{i,j} = A_{i,N-i} \times \hat{f}_{N-i} \times \dots \times \hat{f}_{j-1} \quad , \quad j = 1, \dots, N \text{ e } i = 1, \dots, N$$

(3.6)

$$\hat{A}_{i,\infty} = A_{i,N-i} \times \hat{f}_{N-i} \times \dots \times \hat{f}_N \quad , \quad i = 1, \dots, N$$

Após a sua aplicação à matriz dos montantes acumulados, obtemos as seguintes estimativas observadas no Quadro 3.2.

Quadro 3.2. *Montantes Estimados Acumulados*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento								
	0	1	2	...	$j$	...	N-1	N	$\infty$
0									
1								$\hat{A}_{1,N}$	$\hat{A}_{1,\infty}$
2							$\hat{A}_{2,N-1}$	$\hat{A}_{2,N}$	$\hat{A}_{2,\infty}$
$\vdots$						...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$i$					$\hat{A}_{i,j}$	...	$\hat{A}_{i,N-1}$	$\hat{A}_{i,N}$	$\hat{A}_{i,\infty}$
$\vdots$				...	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
N-1			$\hat{A}_{N-1,2}$	...	$\hat{A}_{N-1,j}$	...	$\hat{A}_{N-1,N-1}$	$\hat{A}_{N-1,N}$	$\hat{A}_{N-1,\infty}$
N		$\hat{A}_{N,1}$	$\hat{A}_{N,2}$	...	$\hat{A}_{N,j}$	...	$\hat{A}_{N,N-1}$	$\hat{A}_{N,N}$	$\hat{A}_{N,\infty}$

A estimativa da provisão a constituir para cada ano de ocorrência dos sinistros é determinada pelas seguintes expressões:

(3.7)

$$\hat{R}_0 = \hat{A}_{0,\infty} - A_{0,N} = \hat{C}_{0,\infty}$$

(3.8)

$$\hat{R}_i = \hat{A}_{i,\infty} - A_{i,N-i} \quad , \quad i = 1, \dots, N$$

Finalmente, a estimativa para o valor total esperado das responsabilidades com sinistros ainda pendentes, será dada por:

(3.9)

$$\hat{R} = \sum_{i=0}^N \hat{R}_i$$

Este método, apesar de ser de fácil aplicação e de conduzir, em condições normais, a bons resultados, possui algumas falhas que poderão dificultar a sua aplicabilidade:

1. Se em determinado período de ocorrência ainda não tenham sido efectuados quaisquer pagamentos, constituição de provisão ou até participação de sinistros, o método produz uma estimativa nula, que não é realista nomeadamente para períodos de ocorrência ainda pouco desenvolvidos.

2. É um método demasiado sensível a pequenas variações nos factores de desenvolvimento que servem de base às projecções, sobretudo nos últimos anos de desenvolvimento. O valor da responsabilidade total estimada para o período de ocorrência 0,  $\hat{C}_{0,\infty}$ , tem um papel fundamental nas estimativas futuras. Assim, uma estimativa errada deste valor influencia directamente a carga de sinistro.

A aplicação deste método pressupõe que o padrão de desenvolvimento dos  $A_{i,j}$  tenha de ser sempre o mesmo para os vários anos de ocorrência considerados. No entanto, existem vários factores que podem levar a que o referido padrão de desenvolvimento varie durante o período de observação (e.g., variações na taxa de inflação, alterações no tratamento administrativo das indemnizações, alterações na legislação, alterações na composição do conjunto de riscos sobre o qual o triângulo nos fornece informação, etc.).

### **3.1.2. Modelo *Thomas Mack*.**

O modelo de *Thomas Mack* (Mack 1993) resultou de uma análise realizada ao método determinístico *Chain Ladder*, com a finalidade de obter um modelo que, mantendo as mesmas capacidades de previsão, produzisse mais informação sobre as estimativas, nomeadamente intervalos de confiança para as estimativas obtidas.

Os intervalos de confiança fornecem-nos uma medida que permite avaliar a variabilidade das estimativas futuras e detectar antecipadamente eventuais desvios em relação às evoluções registadas em anos anteriores.

Assim, caso as provisões para sinistro da seguradora estejam dentro do intervalo de confiança, com um nível de significância previamente escolhido, é possível afirmar que, atendendo à incerteza inerente à estimativa de responsabilidades futuras, as provisões constituídas se encontram adequadas às responsabilidades assumidas pela seguradora. Caso os montantes provisionados estejam abaixo do limite inferior do intervalo obtido ou muito próximo deste, será de concluir que a seguradora necessita de reforçar as provisões. Caso contrário, se as provisões estão acima do limite superior do intervalo ou muito próximo deste, a seguradora está com provisões em excesso.

Este modelo permite quantificar a incerteza das estimativas dos pagamentos futuros obtidas através do método *Chain Ladder*.

De seguida, será apresentada uma breve descrição deste modelo, recorrendo ao exposto em (Borginho 2001) juntamente com o enunciado em (Mack 1993) e (Mack 1999), sendo aconselhada a leitura integral destes documentos, para uma análise mais detalhada sobre o mesmo.

De acordo com (Mack 1993), este método assenta na verificação à priori de três pressupostos: verificação da existência de proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento, verificação da independência entre os diferentes anos de ocorrência e verificar se os estimadores dos factores de desenvolvimento obtidos são os que apresentam menor variância. Esta verificação possibilita-nos avaliar se este modelo é apropriado para o conjunto de dados que estamos a analisar, assegurando maior fiabilidade ao processo de estimação e contribuindo, desta forma, para o resultado final, uma vez que, não faria sentido a adopção de estimativas baseadas num modelo que não reflectisse eficazmente a realidade.

Apresento de seguida os passos a realizar para verificar cada um dos pressupostos:

### **1º Pressuposto**

Este pressuposto consiste na verificação da existência de proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento (colunas da matriz) assumindo, desta forma, que existem factores de desenvolvimento.

A equação  $\hat{A}_{i,j+1} = A_{i,j} \times \hat{f}_j$  traduz uma relação linear entre os montantes  $\hat{A}_{i,j+1}$  e  $A_{i,j}$  de declive  $\hat{f}_j$ . Se construirmos um gráfico traçando uma recta que passe na origem e com declive  $\hat{f}_j$ , os pares ordenados  $(A_{i,j}, A_{i,j+1})$  deverão estar próximos dessa recta. No caso de existirem desvios significativos, devemos procurar novos estimadores  $\hat{f}_j$  que se adaptem melhor aos dados em análise, ou, se tal não for possível, rejeitar a aplicação do modelo.

Este pressuposto implica uma inexistência de correlação entre os factores de desenvolvimento individuais sendo, por isso, necessário verificar também esta condição. Para esse propósito, utilizaremos o teste de *Spearman* (Kendall 1973), que tem como principal vantagem não assumir qualquer distribuição para os dados.

A aplicação deste teste inicia-se com a construção de duas novas matrizes decorrentes da matriz dos factores de desenvolvimento individuais.

Na primeira matriz, considerando um ano de desenvolvimento fixo  $j$ ,  $1 \leq j \leq N - 1$ , ordenamos por ordem crescente os correspondentes factores individuais  $A_{i,j+1}/A_{i,j}$ ,  $0 \leq i \leq N - j - 1$ , e designamos por  $r_{i,j}$  o número de ordem atribuído a cada factor individual,  $1 \leq r_{i,j} \leq N - j$ . Na segunda matriz, procedemos de modo análogo para com os factores precedentes  $A_{i,j}/A_{i,j-1}$ , desprezando o último factor  $A_{N-j,j}/A_{N-j,j-1}$ , e denotamos por  $s_{i,j}$  os números de ordem obtidos desta forma,  $1 \leq s_{i,j} \leq N - j$ .

De seguida, determinamos o coeficiente de correlação de *Spearman*,  $T_j$ ,  $-1 \leq T_j \leq 1$ , que é definido por:

(3.10)

$$T_j = 1 - 6 \times \sum_{i=0}^{N-j-1} \frac{(r_{i,j} - s_{i,j})^2}{[(N-j)^3 - N + j]} \quad , \quad 1 \leq j \leq N - 2$$

Um valor de  $T_j$  próximo de zero indica que os factores de desenvolvimento entre os anos  $j - 1$  e  $j$  e os factores entre  $j$  e  $j + 1$  são não correlacionados e qualquer outro valor de  $T_j$  indica uma correlação positiva ou negativa.

Na ausência de correlações, temos:



(3.11)

$$E(T_j) = 0, \quad 1 \leq j \leq N - 2$$

(3.12)

$$V(T_j) = \frac{1}{N - j - 1}$$

Considerando o triângulo de desenvolvimento como um todo, iremos, de seguida, calcular a estimativa de  $T$ , através da média ponderada dos  $T_j$ 's, onde os pesos são inversamente proporcionais a  $V(T_j)$ , de forma a obter um estimador de variância mínima:

(3.13)

$$T = \frac{\sum_{j=1}^{N-2} (N - j - 1) \times T_j}{\sum_{j=1}^{N-2} (N - j - 1)}$$

Na hipótese de ausência de correlações, temos:

(3.14)

$$E(T) = 0$$

(3.15)

$$V(T) = \frac{1}{\frac{(N - 1) \times (N - 2)}{2}}$$

Atendendo a que a distribuição de  $T_j$ , com  $N - j \geq 10$ , se aproxima, de forma razoável, de uma distribuição Normal, e tendo presente que  $T$  é obtido pela soma ponderada de vários  $T_j$ 's não correlacionados, podemos então assumir que a distribuição de  $T$  se aproxima, também, da distribuição Normal.

Nesta sequência, aceita-se a hipótese de ausência de correlações entre os factores individuais de desenvolvimento adjacentes, se a estimativa de  $T$ , obtida pelo teste de *Spearman*, se situar dentro do intervalo de confiança abaixo definido:

(3.16)

$$\left] -\Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{V(T)}; \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{V(T)} \right[$$

$\Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2]$  representa o quantil de probabilidade  $(1 - \alpha)/2$  da distribuição Normal Padrão.

Se a estimativa de  $T$  não pertencer a este intervalo de confiança devem ser analisadas, com maior detalhe, as correlações e, eventualmente, optar por não aplicar o presente modelo.

## 2º Pressuposto

O segundo pressuposto assenta na verificação da independência entre os diferentes anos de ocorrência (linhas da matriz), implicando que os estimadores dos factores de desenvolvimento, sejam centrados, propriedade sempre desejável num estimador.

Este pressuposto assume que as variáveis  $\{A_{i,0}, \dots, A_{i,\infty}\}$  e  $\{A_{k,0}, \dots, A_{k,\infty}\}$ ,  $i \neq k$ , são independentes.

Para analisar se esta condição se verifica no nosso conjunto de dados, devemos subdividir todos os factores de desenvolvimento individuais em dois conjuntos, os mais elevados e os mais baixos, de cada ano  $j$ , e observar se existem diagonais na matriz de desenvolvimento, com supremacia de elementos de um dos conjuntos.

O conjunto  $L$  conterá metade dos factores de desenvolvimento de cada ano  $j$ , nomeadamente os maiores, e o conjunto  $S$ , conterá os restantes, ou seja os menores.

Atenção que, em cada ano  $j$ , o número de elementos pertencentes ao conjunto  $L$  tem que ser igual ao número de elementos pertencentes ao conjunto  $S$ , por isso, nos anos de desenvolvimento que se observe um número ímpar de factores de desenvolvimento, é necessário desprezar um deles, o de valor mediano.

No final, cada um dos factores de desenvolvimento individuais, pertence a um conjunto ou foi eliminado.

Agora teremos que contar, para cada diagonal  $A_k$  de factores de desenvolvimento, o número de elementos de  $S$  (*small factors*) e o número de elementos de  $L$  (*large factors*) que a compõem. Se não existirem influências de um dado ano particular sobre os dados, então, esperamos encontrar aproximadamente o mesmo número de elementos nos dois conjuntos.

Considerando  $L_k$  o número de elementos de  $L$  que pertencem a  $A_k$  e  $S_k$  o número de elementos de  $S$  que pertencem a  $A_k$ , se  $Z_k = \min(L_k, S_k)$  for significativamente menor que  $(L_k + S_k)/2$  então existirá uma preponderância de factores elevados ou reduzidos na diagonal  $k$  de factores de desenvolvimento.

Os valores  $L_k$  e  $S_k$ , têm ambos distribuição Binomial de parâmetros  $n = L_k + S_k$  e  $p = 0,5$ . Assim, assumindo uma aproximação à distribuição Normal, deveremos aceitar a hipótese que existe independência entre os anos de ocorrência, sempre que a variável  $Z = \sum Z_k$  se situar dentro do próximo intervalo de confiança:

(3.17)

$$]E(Z) - \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{V(Z)}; E(Z) + \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{V(Z)}[$$

$\Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2]$  representa o quantil de probabilidade  $(1 - \alpha)/2$  da distribuição Normal Padrão.

Os dois primeiros momentos da variável aleatória  $Z_k$  são determinados da seguinte forma:

(3.18)

$$E(Z_k) = \frac{n}{2} - \binom{n-1}{m} \times \frac{n}{2^n}$$

(3.19)

$$V(Z_k) = \frac{n(n-1)}{4} - \binom{n-1}{m} \times \frac{n(n-1)}{2^n} + E(Z_k) - [E(Z_k)]^2$$

O valor  $m$  apresenta o maior número inteiro, menor ou igual, a  $(n - 1)/2$ .

Os momentos da variável aleatória  $Z$  serão, sob a hipótese de teste, dados por:

(3.20)

$$E(Z) = \sum_k E(Z_k)$$

(3.21)

$$V(Z) = \sum_k V(Z_k)$$

### 3º Pressuposto

Por último, o terceiro pressuposto deverá garantir que os estimadores dos factores de desenvolvimento obtidos correspondem aos que apresentam menor variância.

Para verificar se o mesmo é válido na nossa matriz de desenvolvimento, basta representar graficamente os pares ordenados  $\left(A_{i,j}, \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j} \times \hat{f}_j}{\sqrt{A_{i,j}}}\right)$  e observar se o conjunto de pontos obtido apresenta algum tipo de tendência. Se tal não acontecer, isto é, se não se denotar nenhuma tendência no gráfico dos resíduos, podemos admitir como válido este pressuposto. Caso contrário, se se verificar alguma tendência no gráfico, deverá procurar-se obter outros estimadores para  $f_j$ , ou rejeitar-se a aplicação deste modelo.

Após a verificação dos pressupostos, iremos de seguida estimar uma margem de erro associada a cada um dos resultados obtidas pelo método Chain Ladder.

Para determinar uma medida da variabilidade das estimativas, calcula-se o Erro Padrão (EP) dos estimadores, utilizando o Erro Quadrático Médio (EQM) desses mesmos estimadores:

(3.22)

$$EP = \sqrt{EQM}$$

Atendendo a que, para efeitos do cálculo dos erros quadráticos médios necessitamos de um estimador para  $\sigma_j^2$ , consideramos:

(3.23)

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{N-j-1} \sum_{i=0}^{N-j-1} A_{i,j} \left( \frac{A_{i,j+1}}{A_{i,j}} - \hat{f}_j \right)^2, \quad 0 \leq j \leq N-2$$

Uma vez que a expressão (3.23) não permite calcular um estimador para  $\sigma_{N-1}^2$ , e assumindo que  $\hat{\sigma}_{N-3}^2/\hat{\sigma}_{N-2}^2 = \hat{\sigma}_{N-2}^2/\hat{\sigma}_{N-1}^2$  se verifica, pelo menos enquanto  $\hat{\sigma}_{N-3} > \hat{\sigma}_{N-2}$ , utilizamos a seguinte equação:

(3.24)

$$\hat{\sigma}_{N-1}^2 = \min \left[ \frac{\hat{\sigma}_{N-2}^4}{\hat{\sigma}_{N-3}^2}, \min(\hat{\sigma}_{N-3}^2, \hat{\sigma}_{N-2}^2) \right]$$

Para o cálculo de  $\hat{\sigma}_N^2$  utilizaremos uma aproximação ao nível de  $EQM(\hat{f}_j)$  e  $EQM\left(\frac{A_{i,j+1}}{A_{i,j}}\right)$ , considerando que se  $\hat{f}_{j-1} > \hat{f}_N > \hat{f}_j$ , então verifica-se também que:

(3.25)

$$E\hat{Q}M(\hat{f}_{j-1}) > E\hat{Q}M(\hat{f}_N) > E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$$

(3.26)

$$E\hat{Q}M\left(\frac{A_{i,j}}{A_{i,j-1}}\right) > E\hat{Q}M\left(\frac{\hat{A}_{i,\infty}}{A_{i,N}}\right) > E\hat{Q}M\left(\frac{A_{i,j+1}}{A_{i,j}}\right)$$

A fórmula usada para esta estimativa será:

(3.27)

$$\hat{\sigma}_N^2 = \left[ 1 - \left( \frac{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_N}{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_j} \right) \right] \times \hat{\sigma}_{j-1}^2 + \left( \frac{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_N}{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_j} \right) \times \hat{\sigma}_j^2$$

Se  $\hat{f}_{N-1} = 1$  ou  $\hat{f}_N = 1$  pode-se definir que, respectivamente,  $\hat{\sigma}_{N-1}^2 = 0$  e  $\hat{\sigma}_N^2 = 0$ , uma vez que, nestes casos, não se espera que haja sinistros a serem pagos com mais de  $N-1$  ou  $N$  anos de desenvolvimento.

Como pretendemos conhecer a variabilidade dos valores estimados da parte inferior do triângulo, a expressão (3.28) permitir-nos-á calcular o  $EQM$  de cada  $\hat{A}_{i,j}$  desconhecido e também o  $E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,\infty})$ :

(3.28)

$$E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,j+1}) = \hat{A}_{i,j}^2 \times \left[ E\hat{Q}M\left(\frac{A_{i,j+1}}{A_{i,j}}\right) + E\hat{Q}M(\hat{f}_j) \right] + E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,j}) \times \hat{f}_j^2$$

Para aplicação de (3.28) é necessário determinar:

(3.29)

$$E\hat{Q}M\left(\frac{A_{i,j+1}}{A_{i,j}}\right) = \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{A}_{i,j}}$$

A estimativa do erro quadrático médio de cada factor de desenvolvimento, é dada por:

(3.30)

$$E\hat{Q}M(\hat{f}_j) = \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\sum_{i=0}^{N-j-1} A_{i,j}}, \quad 0 \leq i \leq N \text{ e } 0 \leq j \leq N-1$$

Considerando que o factor de desenvolvimento  $\hat{f}_N$  está entre  $\hat{f}_{j-1}$  e  $\hat{f}_j$  podemos estimar o  $E\hat{Q}M(\hat{f}_N)$  através de:

(3.31)

$$E\hat{Q}M(\hat{f}_N) = E\hat{Q}M(\hat{f}_j) + [E\hat{Q}M(\hat{f}_{j-1}) - E\hat{Q}M(\hat{f}_j)] \times \left( \frac{\hat{f}_N - \hat{f}_j}{\hat{f}_{j-1} - \hat{f}_j} \right)$$

Determinar o valor de  $E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,\infty})$  equivale a determinar o valor de  $E\hat{Q}M(\hat{R}_i)$ :

(3.32)

$$E\hat{Q}M(\hat{R}_i) = E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,\infty})$$

Por último, pretendemos quantificar a variabilidade do valor da provisão total a constituir.

Considerando a expressão:

(3.33)

$$\begin{aligned} E\hat{Q}M\left(\sum_{i=N-j}^N \hat{A}_{i,j+1}\right) &= \\ &= \sum_{i=N-j}^N \hat{A}_{i,j}^2 \times E\hat{Q}M\left(\frac{\hat{A}_{i,j+1}}{\hat{A}_{i,j}}\right) + \left(\sum_{i=N-j}^N \hat{A}_{i,j}\right)^2 \times E\hat{Q}M(\hat{f}_j) + \\ &+ E\hat{Q}M\left(\sum_{i=N-j+1}^N \hat{A}_{i,j}\right) \times \hat{f}_j^2 \end{aligned}$$

O estimador pretendido,  $E\hat{Q}M(\hat{R})$ , será obtido através da seguinte equação:

(3.34)

$$E\hat{Q}M(\hat{R}) = E\hat{Q}M\left(\sum_{i=0}^N \hat{R}_i\right) = E\hat{Q}M\left(\sum_{i=0}^N \hat{A}_{i,\infty}\right)$$

Os intervalos de confiança  $1 - \alpha$  para as estimativas das provisões  $\hat{R}_i$  e  $\hat{R}$ , assumindo que essas estimativas tem distribuição aproximadamente Normal, são determinados, respectivamente, através de:

(3.35)

$$\left[ \hat{R}_i - \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})}; \hat{R}_i + \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})} \right]$$

(3.36)

$$\left[ \hat{R} - \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})}; \hat{R} + \Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2] \times \sqrt{E\hat{Q}M(\hat{R})} \right]$$

$\Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2]$  representa o quantil de probabilidade  $(1 - \alpha)/2$  da distribuição Normal Padrão.

## 3.2. Aplicação Prática

De seguida, serão extraídas, do relatório de estatísticas de seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009), as matrizes triangulares dos montantes pagos, incrementais, de sinistros ocorridos entre os anos 2000 e 2009, respeitantes aos ramos Acidentes de Trabalho e Automóvel. É com base nessa informação que serão aplicadas as metodologias apresentadas no capítulo anterior, para a determinação do valor esperado da provisão para sinistros.

A aplicação de ambos os modelos foi efectuada tendo por base folhas de cálculo do *Microsoft Excel*.

### 3.2.1. Método *Chain Ladder*.

#### 3.2.1.1. Ramo automóvel.

No Quadro 3.3 pode-se observar os dados recolhidos do ISP, relativamente ao ramo automóvel:



Quadro 3.3. *Montantes Pagos Incrementais do Ramo Automóvel*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞
2000	467.722	297.196	85.402	55.268	42.112	31.693	25.614	19.143	14.201	10.122	45.622
2001	691.643	318.964	85.009	64.694	36.029	29.277	30.177	20.083	15.385		
2002	760.541	305.469	85.333	57.961	38.851	31.308	26.448	18.125			
2003	704.801	315.213	80.796	56.702	37.426	27.797	26.207				
2004	683.225	283.721	75.755	53.100	32.679	28.456					
2005	643.849	287.549	78.213	52.288	33.341						
2006	624.765	294.989	73.879	46.046							
2007	644.699	292.517	66.586								
2008	685.274	289.494									
2009	710.337										

Fonte: Estatísticas de Seguros (Instituto de Seguros de Portugal 2009).

A partir da informação recolhida, constituiu-se o triângulo de montantes pagos acumulados, utilizando as fórmulas (3.1) e (3.2), conforme apresentado no Quadro 3.4, para através do qual se poder calcular os factores de desenvolvimento:

Quadro 3.4. *Montantes Pagos Acumulados do Ramo Automóvel*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞
2000	467.722	764.918	850.320	905.588	947.700	979.393	1.005.007	1.024.150	1.038.351	1.048.473	1.094.095
2001	691.643	1.010.607	1.095.616	1.160.310	1.196.339	1.225.616	1.255.793	1.275.876	1.291.261		
2002	760.541	1.066.010	1.151.343	1.209.304	1.248.155	1.279.463	1.305.911	1.324.036			
2003	704.801	1.020.014	1.100.810	1.157.512	1.194.938	1.222.735	1.248.942				
2004	683.225	966.946	1.042.701	1.095.801	1.128.480	1.156.936					
2005	643.849	931.398	1.009.611	1.061.899	1.095.240						
2006	624.765	919.754	993.633	1.039.679							
2007	644.699	937.216	1.003.802								
2008	685.274	974.768									
2009	710.337										

No Quadro 3.5 encontram-se os factores de desenvolvimento obtidos, através das equações (3.3) e (3.4), para o ramo automóvel:

Quadro 3.5. *Factores de Desenvolvimento para o Ramo Automóvel*

$f_j$	Período de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1,455	1,083	1,053	1,033	1,026	1,023	1,016	1,013	1,010	1,044

Uma vez determinados os factores de desenvolvimento, podemos multiplicá-los pela última diagonal da matriz de pagamentos e assim obter o custo final estimado para cada ano de ocorrência da matriz, conforme demonstrado nas expressões (3.5) e (3.6).

As expressões (3.7) e (3.8) mostram que para calcular o valor das reservas estimadas por ano de ocorrência, é necessário apenas subtrair aos custos finais estimados os pagamentos acumulados actuais (diagonal da matriz de pagamentos).

Por fim, o valor da reserva total estimada para a provisão para sinistros, do ramo automóvel, é alcançado através do somatório de todas as provisões obtidas para cada ano de ocorrência, conforme apresentado na equação (3.9).

No Quadro 3.6 são demonstrados os resultados obtidos, para o ramo automóvel, através da metodologia de *Chain Ladder*:

Quadro 3.6. *Resultados Obtidos para o Ramo Automóvel*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento											Reserva
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	
2000	467.722	764.918	850.320	905.588	947.700	979.393	1.005.007	1.024.150	1.038.351	1.048.473	1.094.095	45.622
2001	691.643	1.010.607	1.095.616	1.160.310	1.196.339	1.225.616	1.255.793	1.275.876	1.291.261	1.303.848	1.360.583	69.322
2002	760.541	1.066.010	1.151.343	1.209.304	1.248.155	1.279.463	1.305.911	1.324.036	1.341.068	1.354.140	1.413.063	89.027
2003	704.801	1.020.014	1.100.810	1.157.512	1.194.938	1.222.735	1.248.942	1.269.024	1.285.348	1.297.878	1.354.352	105.410
2004	683.225	966.946	1.042.701	1.095.801	1.128.480	1.156.936	1.183.590	1.202.621	1.218.091	1.229.965	1.283.484	126.548
2005	643.849	931.398	1.009.611	1.061.899	1.095.240	1.123.702	1.149.590	1.168.075	1.183.100	1.194.633	1.246.615	151.375
2006	624.765	919.754	993.633	1.039.679	1.074.454	1.102.376	1.127.773	1.145.907	1.160.647	1.171.961	1.222.957	183.278
2007	644.699	937.216	1.003.802	1.057.298	1.092.663	1.121.058	1.146.885	1.165.326	1.180.316	1.191.822	1.243.682	239.880
2008	685.274	974.768	1.055.517	1.111.769	1.148.956	1.178.813	1.205.971	1.225.363	1.241.125	1.253.224	1.307.755	332.987
2009	710.337	1.033.257	1.118.851	1.178.479	1.217.897	1.249.546	1.278.333	1.298.888	1.315.596	1.328.421	1.386.224	675.887
Reserva total											2.019.336	

Assim, se optássemos por adoptar esta metodologia para determinar as provisões para sinistros do ramo automóvel, o valor a aprovisionar para fazer face às responsabilidades futuras decorrentes de sinistros ainda pendentes no final do ano 2009, seria de aproximadamente 2 mil milhões de euros.



Os factores de desenvolvimento, calculados para o ramo acidentes de trabalho, utilizando as equações (3.3) e (3.4), podem ser observados no Quadro 3.9. Estes permitirão determinar os montantes de responsabilidade total em cada ano de ocorrência, através das expressões (3.5) e (3.6), bem como uma estimativa total para a provisão para sinistros a constituir:

Quadro 3.9. *Factores de Desenvolvimento para o Ramo Acidentes de Trabalho*

$\hat{f}_j$	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
	1,590	1,060	1,019	1,010	1,009	1,008	1,003	1,003	1,004	1,082	

Através da metodologia de *Chain Ladder*, foram obtidos os resultados apresentados no Quadro 3.10, para o ramo acidentes de trabalho:

Quadro 3.10. *Resultados Obtidos para o Ramo Acidentes de Trabalho*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento											Reserva
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$	
2000	122.213	198.069	213.645	217.564	219.180	221.588	222.633	223.502	224.513	225.425	244.006	18.581
2001	135.079	239.484	257.289	262.694	265.075	266.740	269.863	270.784	271.434	272.537	295.001	23.567
2002	163.394	266.765	280.832	285.312	288.828	291.005	293.031	293.724	294.711	295.908	320.299	26.575
2003	171.719	270.954	286.061	291.195	294.410	297.440	299.920	300.868	301.879	303.105	328.089	28.169
2004	180.409	277.664	291.925	298.132	301.524	304.056	306.505	307.474	308.507	309.761	335.293	31.237
2005	179.171	284.890	302.415	308.351	311.624	314.313	316.845	317.846	318.914	320.210	346.604	34.980
2006	190.450	298.619	315.352	320.497	323.849	326.643	329.274	330.315	331.425	332.771	360.200	39.703
2007	193.265	303.003	319.686	325.633	329.038	331.877	334.550	335.608	336.735	338.103	365.972	46.286
2008	215.058	326.226	345.707	352.137	355.819	358.890	361.781	362.924	364.144	365.623	395.760	69.534
2009	201.654	320.626	339.772	346.092	349.711	352.729	355.570	356.694	357.893	359.346	388.966	187.312
Reserva total												505.944

As reservas estimadas para cada ano de ocorrência foram obtidas através das fórmulas (3.7) e (3.8), assim como a reserva total para a provisão para sinistros, através da equação (3.9).

Se optássemos por adoptar esta metodologia para a determinação das provisões para sinistros, do ramo acidentes de trabalho, poderíamos considerar cerca de 506 milhões de euros como o valor necessário para fazer face às responsabilidades assumidas, pelas seguradoras portuguesas, de sinistros ainda não encerrados, no final do exercício do ano 2009.

### **3.2.2. Modelo *Thomas Mack*.**

#### **3.2.2.1. *Ramo automóvel*.**

O modelo de *Thomas Mack* requer uma avaliação inicial da sua aplicabilidade ao conjunto de dados que estamos a analisar. Esta avaliação foi feita através da verificação dos três pressupostos mencionados no capítulo (3.1.2).

O primeiro pressuposto consiste na verificação da existência de proporcionalidade entre as colunas da matriz (anos de desenvolvimento). No Anexo I encontram-se representadas as rectas de declive  $\hat{f}_j$ , as quais revelam um ajuste aceitável relativamente aos dados, verificando-se assim o primeiro pressuposto, isto é, a existência de proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento.

Ainda relativamente a este pressuposto, é necessário verificar se os factores de desenvolvimento não são correlacionados. Para este propósito utilizou-se o teste de *Spearman*.

Para a aplicação deste teste começa-se por construir a matriz dos factores de desenvolvimento individuais, conforme apresentado no Quadro 3.11, que servirá de base à construção de duas novas matrizes.

Os factores de desenvolvimento individuais foram calculados utilizando a fórmula  $A_{i,j+1}/A_{i,j}$ . No caso da determinação do factor cauda ( $\hat{f}_9$ ) utilizou-se o valor da estimação  $\hat{A}_{0,\infty}$ , já calculado no método *Chain Ladder*.

Quadro 3.11. *Factores de Desenvolvimento Individuais do Ramo Automóvel*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000	1,635	1,112	1,065	1,047	1,033	1,026	1,019	1,014	1,010	1,044	
2001	1,461	1,084	1,059	1,031	1,024	1,025	1,016	1,012			
2002	1,402	1,080	1,050	1,032	1,025	1,021	1,014				
2003	1,447	1,079	1,052	1,032	1,023	1,021					
2004	1,415	1,078	1,051	1,030	1,025						
2005	1,447	1,084	1,052	1,031							
2006	1,472	1,080	1,046								
2007	1,454	1,071									
2008	1,422										
2009											

No Quadro 3.12 encontram-se representados os números de ordem atribuídos a cada factor de desenvolvimento individual, do mais baixo para o mais elevado, em cada período de desenvolvimento,  $1 \leq j \leq 8$ :

Quadro 3.12. *Nº de Ordem de  $A_{i,j+1}/A_{i,j} = r_{i,j}$  do Ramo Automóvel*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000		8	7	6	5	4	3	2	1		
2001		7	6	2	2	3	2	1			
2002		4	2	4	3	1	1				
2003		3	4	5	1	2					
2004		2	3	1	4						
2005		6	5	3							
2006		5	1								
2007		1									
2008											
2009											

A matriz do Quadro 3.13 é determinada de forma idêntica à matriz anterior, apresentando os números de ordem dos factores precedentes.

Quadro 3.13.  $N^{\circ}$  de Ordem de  $A_{i,j}/A_{i,j-1} = s_{i,j}$  do Ramo Automóvel

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2000		8	7	6	5	4	3	2	1	
2001		6	6	5	2	2	2	1		
2002		1	3	1	3	3	1			
2003		4	2	3	4	1				
2004		2	1	2	1					
2005		3	5	4						
2006		7	4							
2007		5								
2008										
2009										

De seguida, foram calculados os coeficientes de correlação de *Spearman*, com recurso à equação (3.10), obtendo-se os resultados apresentados no Quadro 3.14:

Quadro 3.14. Coeficientes de Correlação de *Spearman* do Ramo Automóvel

$j$	1	2	3	4	5	6	7
$T_j$	0,524	0,679	0,314	0,100	0,400	1,000	1,000

De acordo com a expressão (3.13), o valor da estimativa final é  $T = 0,496769$ . Na hipótese de ausência de correlações, temos  $E(T) = 0$  e  $V(T) = \frac{1}{28} = 0,035714$ . O intervalo de confiança a 95%, determinado através da aplicação da expressão (3.16), para a estimativa de  $T$  é  $[-0,370398; 0,370398]$ . O p-value do teste de hipóteses associado ao intervalo de confiança é de 0,008572.

Dado que a estimativa calculada não se encontra dentro do intervalo de confiança, e tendo em conta o proposto por (Mack 1993), não devemos aceitar a hipótese de não correlação entre os factores de desenvolvimento. Apesar de não ser verificada esta condição serão testados os restantes pressupostos.

Como referido na secção 3.1.2, no segundo pressuposto é verificada a independência entre os diferentes anos de ocorrência (linhas da matriz), o que implica que os estimadores dos factores de desenvolvimento sejam centrados. Para fazer este

teste foram analisados individualmente os períodos de desenvolvimento da matriz do Quadro 3.11, no sentido de agrupar cada um dos factores em dois conjuntos (L e S). Os resultados obtidos estão indicados no Quadro 3.15:

Quadro 3.15. *Conjunto a que Pertence  $A_{i,j+1}/A_{i,j}$  do Ramo Automóvel*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞
2000	L	L	L	L	L	L	L	L	*		
2001	L	L	L	S	S	L	*	S			
2002	S	S	S	L	*	S	S				
2003	*	S	*	L	S	S					
2004	S	S	S	S	L						
2005	S	L	L	S							
2006	L	L	S								
2007	L	S									
2008	S										
2009											

Os factores indicados com um asterisco (\*) representam os elementos desprezados.

Posteriormente, procedemos à contagem do número de elementos de cada conjunto, nas diagonais do triângulo acima, denominadas por  $A_k$ . No Quadro 3.16 apresentam-se o número de elementos de L e S, nas colunas  $L_k$  e  $S_k$ , respectivamente:

Quadro 3.16. *Momentos das Variáveis  $Z_k$  e Z do Ramo Automóvel*

$k$	$S_k$	$L_k$	$Z_k$	$(L_k + S_k)/2$	$n$	$m$	$E(Z_k)$	$V(Z_k)$
0	0	1	0	1	1	0	0,00	0,00
1	0	2	0	1	2	0	0,50	0,25
2	1	2	1	2	3	1	0,75	0,19
3	1	2	1	2	3	1	0,75	0,19
4	4	1	1	3	5	2	1,56	0,37
5	3	2	2	3	5	2	1,56	0,37
6	1	5	1	3	6	2	2,06	0,62
7	3	4	3	4	7	3	2,41	0,55
8	7	1	1	4	8	3	2,91	0,80
Total			10				12,50	3,35



É possível observar no quadro acima que o valor de  $Z_k$  (mínimo de  $L_k$  e  $S_k$ ) é sempre menor que  $(L_k + S_k)/2$ , o que revela uma predominância de factores elevados ou reduzidos nas diagonais da matriz. Para além disso, verifica-se que os diferentes anos de ocorrência (linhas da matriz) são independentes, uma vez que  $Z = 10$  pertence ao intervalo de confiança a 95%,  $[8,914978; 16,085022]$ , calculado segundo a expressão (3.17). Para este cálculo foram utilizados os valores  $E(Z) = 12,50$  e  $V(Z) = 3,35$ , obtidos de acordo com as expressões (3.18) e (3.19).

Por fim, o último pressuposto do modelo *Thomas Mack* consiste em garantir que os estimadores centrados obtidos, sejam considerados os que apresentam menor variância. A representação gráfica dos resíduos ponderados, exposta no Anexo II, demonstra uma dispersão de carácter aleatório em cada conjunto de pontos obtidos, ou seja, não se denota qualquer tipo de tendência nos gráficos. Verifica-se assim o terceiro pressuposto.

Estamos em condições de afirmar que os pressupostos implícitos no modelo de *Thomas Mack* verificam-se satisfatoriamente no nosso conjunto de dados, apesar de não ser verificada a condição de não correlação entre os factores de desenvolvimento.

De seguida, de modo a determinar uma medida de variabilidade das estimativas das provisões obtidas através do método *Chain Ladder*, iremos calcular o Erro Padrão através do Erro Quadrático Médio.

Necessitamos, em primeiro lugar, de calcular a estimativa de  $\hat{\sigma}_j^2$  através das equações (3.23) e (3.24) e a estimativa de  $E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$ , com a aplicação da expressão (3.30). Encontram-se representados no Quadro 3.17 os resultados obtidos:

Quadro 3.17. *Estimativas de  $\hat{\sigma}_j^2$  e  $E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$  do Ramo Automóvel*

$j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\sigma}_j^2$	2436,42	116,45	37,07	36,68	16,49	7,63	7,59	1,86	0,45	36,88
$E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$	0,0004125	0,0000153	0,0000051	0,0000056	0,0000029	0,0000016	0,0000021	0,0000008	0,0000004	0,0000053

Os valores dos parâmetros  $\hat{\sigma}_9^2$  e  $E\hat{Q}M(\hat{f}_9)$  foram calculados com base na localização do valor de  $\hat{f}_9$ , no intervalo  $]\hat{f}_2; \hat{f}_3[$ , utilizando as expressões (3.27) e (3.31).

Estamos agora em condições de estimar os valores de  $E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,j+1})$ ,  $E\hat{Q}M(\hat{R}_i)$  e  $E\hat{Q}M(\hat{R})$ , aplicando as expressões (3.28), (3.32) e (3.34), respectivamente.

Quadro 3.18. *Erro Padrão e Intervalos de Confiança Obtidos para o Ramo Automóvel*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Reserva	Intervalos de Confiança	
		Inferior	Superior
2000	45.622 6.674	32.542	58.702
2001	69.322 7.655	54.319	84.324
2002	89.027 8.096	73.158	104.895
2003	105.410 8.771	88.220	122.600
2004	126.548 9.224	108.469	144.628
2005	151.375 10.426	130.942	171.809
2006	183.278 12.786	158.218	208.337
2007	239.880 15.011	210.459	269.300
2008	332.987 20.865	292.093	373.881
2009	675.887 62.889	552.628	799.147
<b>Reserva total</b>	<b>2.019.336</b> 81.192	<b>1.860.203</b>	<b>2.178.469</b>

Grau de Confiança: 95,00%

No Quadro 3.18 apresentam-se os EP das reservas de cada ano de ocorrência e da reserva total, bem como os intervalos de confiança determinados, a partir das equações (3.35) e (3.36), com um nível de confiança de 95%.

No Anexo III podem ser consultados os resultados mais detalhados obtidos através da metodologia de *Thomas Mack*, para o ramo automóvel.

### 3.2.2.2. *Ramo acidentes de trabalho.*

De forma análoga ao ramo automóvel, para aplicar o modelo de *Thomas Mack*, começamos por avaliar se o modelo é apropriado aos dados que estamos estudar. Para analisar esta condição foram verificados os três pressupostos inerentes a esta avaliação.

Começamos por verificar o ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento. Nos gráficos apresentados no Anexo IV, podemos observar que, para cada coluna  $j$ , a recta com declive  $\hat{f}_j$  parece ajustar-se de forma bastante aceitável aos dados observados. Verifica-se, neste caso, uma existência de proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento validando, assim, o primeiro pressuposto deste modelo.

De seguida, vamos testar o nosso conjunto de dados, quanto à inexistência de correlações entre os factores de desenvolvimento individuais utilizando o teste de *Spearman*.

Quadro 3.19. *Factores de Desenvolvimento Individuais do Ramo Acidentes de Trabalho*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000	1,621	1,079	1,018	1,007	1,011	1,005	1,004	1,005	1,004	1,082	
2001	1,773	1,074	1,021	1,009	1,006	1,012	1,003	1,002			
2002	1,633	1,053	1,016	1,012	1,008	1,007	1,002				
2003	1,578	1,056	1,018	1,011	1,010	1,008					
2004	1,539	1,051	1,021	1,011	1,008						
2005	1,590	1,062	1,020	1,011							
2006	1,568	1,056	1,016								
2007	1,568	1,055									
2008	1,517										
2009											

Para efectuarmos o teste de *Spearman* construímos a matriz dos factores de desenvolvimento individuais, apresentada no Quadro 3.19.

Quadro 3.20. *Nº de Ordem de  $A_{i,j+1}/A_{i,j} = r_{i,j}$  do Ramo Acidentes de Trabalho*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000		8	4	1	5	1	3	2	1		
2001		7	6	2	1	4	2	1			
2002		2	1	6	2	2	1				
2003		4	3	4	4	3					
2004		1	7	5	3						
2005		6	5	3							
2006		5	2								
2007		3									
2008											
2009											

No Quadro 3.20 e Quadro 3.21 encontram-se as matrizes, com os números de ordem  $r_{i,j}$  e  $s_{i,j}$ , apuradas com base nos factores de desenvolvimento individuais.

Quadro 3.21. *Nº de Ordem de  $A_{i,j}/A_{i,j-1} = s_{i,j}$  do Ramo Acidentes de Trabalho*

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000		6	7	3	1	4	1	2	1		
2001		8	6	5	2	1	3	1			
2002		7	2	1	5	2	2				
2003		4	3	2	3	3					
2004		1	1	6	4						
2005		5	5	4							
2006		3	4								
2007		2									
2008											
2009											

O próximo passo consiste na determinação dos coeficientes de correlação de *Spearman* efectuada através da equação (3.10). No Quadro 3.22 pode-se observar os resultados alcançados.

Quadro 3.22. Coeficientes de Correlação de Spearman do Ramo Acidentes de Trabalho

$j$	1	2	3	4	5	6	7
$T_j$	0,571	0,107	-0,257	-0,400	-0,800	-0,500	1,000

Depois de obtidos os valores de  $T_j$ , determinou-se a estimativa  $T = -0,022959$ , recorrendo à expressão (3.13).

De acordo com a expressão (3.16), o intervalo de confiança a 95%, para a estimativa de  $T$  é  $[-0,370398; 0,370398]$ .

Uma vez que o valor de  $T$  se situa dentro do intervalo de confiança a 95%, aceita-se a hipótese de não correlação entre os factores de desenvolvimento.

Para avaliar o segundo pressuposto, observamos os factores da matriz do Quadro 3.19 em cada período de desenvolvimento, e agrupamo-los em dois conjuntos (L e S), atribuindo-se a cada um deles, metade dos factores de cada período (correspondendo aos maiores e menores, respectivamente). Desta forma, elaboramos o Quadro 3.23:

Quadro 3.23. Conjunto a que Pertence  $A_{i,j+1}/A_{i,j}$  do Ramo Acidentes de Trabalho

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\infty$
2000	L	L	*	S	L	S	L	L	*		
2001	L	L	L	S	S	L	*	S			
2002	L	S	S	L	S	S	S				
2003	*	S	S	L	L	L					
2004	S	S	L	L	*						
2005	L	L	L	S							
2006	S	L	S								
2007	S	S									
2008	S										
2009											

Nos períodos com um número de factores impar, desprezamos o elemento mediano, o qual denotamos com um asterisco (\*).

De seguida contamos, em cada diagonal do triângulo acima, o número de elementos de cada conjunto. Os valores obtidos estão apresentados no Quadro 3.24:

Quadro 3.24. *Momentos das Variáveis  $Z_k$  e  $Z$  do Ramo Acidentes de Trabalho*

$k$	$S_k$	$L_k$	$Z_k$	$(L_k + S_k)/2$	$n$	$m$	$E(Z_k)$	$V(Z_k)$
0	0	1	0	1	1	0	0,00	0,00
1	0	2	0	1	2	0	0,50	0,25
2	0	2	0	1	2	0	0,50	0,25
3	2	1	1	2	3	1	0,75	0,19
4	4	1	1	3	5	2	1,56	0,37
5	4	2	2	3	6	2	2,06	0,62
6	2	5	2	4	7	3	2,41	0,55
7	2	5	2	4	7	3	2,41	0,55
8	6	1	1	4	7	3	2,41	0,55
<b>Total</b>			<b>9</b>				<b>12,59</b>	<b>3,34</b>

Estima-se que os diferentes anos de ocorrência não são independentes, dado que  $Z = 9$  não pertence ao intervalo de confiança a 95%, [9,011345; 16,176155], calculado segundo a expressão (3.17). Para este cálculo foram utilizados os valores  $E(Z) = 12,59$  e  $V(Z) = 3,34$  obtidos através das expressões (3.18) e (3.19). O p-value do teste de hipóteses bilateral é de 0,0495. O valor observado da estatística de teste pertenceria ao intervalo de confiança de 95,2%, pelo que optámos por prosseguir com a aplicação deste modelo.

Por último, construímos os gráficos dos resíduos ponderados, com a finalidade de analisar a validade do terceiro pressuposto.

No Anexo V, em cada conjunto de dados, não se observa qualquer tipo de tendência, podemos assim assumir que este pressuposto também se verifica.

As análises efectuadas permitem-nos concluir que, verificando-se todos os pressupostos, não se torna necessário realizar mais cálculos para obter novos estimadores.

De seguida, vamos medir a variabilidade das estimativas das provisões obtidas no método *Chain Ladder*.

Começamos por calcular a estimação dos parâmetros  $\hat{\sigma}_j^2$  e  $E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$ , a partir das expressões (3.23) e (3.30), respectivamente. No Quadro 3.25 apresentam-se os resultados obtidos.

Quadro 3.25. Estimativas de  $\hat{\sigma}_j^2$  e  $E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$  do Ramo Acidentes de Trabalho

$j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\hat{\sigma}_j^2$	845,12	24,34	1,27	0,77	0,96	2,13	0,16	0,55	0,16	59,50
$E\hat{Q}M(\hat{f}_j)$	0,0005450	0,0000114	0,0000007	0,0000005	0,0000007	0,0000020	0,0000002	0,0000011	0,0000007	0,0000342

A estimativa de  $\hat{\sigma}_8^2$  foi calculada utilizando a expressão (3.24).

O valor de  $\hat{f}_9$  situa-se dentro do intervalo  $]\hat{f}_0; \hat{f}_1[$ . É com base nesta localização que são calculados os parâmetros  $\hat{\sigma}_9^2$  e  $E\hat{Q}M(\hat{f}_9)$  recorrendo às equações (3.27) e (3.31), respectivamente.

Quadro 3.26. Erro Padrão e Intervalos de Confiança Obtidos para o Ramo Acidentes de Trabalho

(milhares de €)

Período de ocorrência	Reserva	Intervalos de Confiança	
		Inferior	Superior
2000	18.581 3.892	10.952	26.210
2001	23.567 4.344	15.052	32.081
2002	26.575 4.587	17.585	35.565
2003	28.169 4.659	19.037	37.301
2004	31.237 4.823	21.785	40.689
2005	34.980 4.962	25.255	44.705
2006	39.703 5.110	29.687	49.719
2007	46.286 5.216	36.063	56.509
2008	69.534 6.467	56.858	82.209
2009	187.312 18.012	152.010	222.614
Reserva total	505.944 29.555	448.017	563.871

Grau de Confiança: 95,00%

Em seguida, foram estimados os valores de  $E\hat{Q}M(\hat{A}_{i,j+1})$ ,  $E\hat{Q}M(\hat{R}_i)$  e  $E\hat{Q}M(\hat{R})$ , de acordo com as expressões (3.28), (3.32) e (3.34), respectivamente.

Após a aplicação do modelo de *Thomas Mack*, obtiveram-se os EP, apresentados no Quadro 3.26, para as estimativas das reservas. Foram também determinados os intervalos de confiança a 95%, através das expressões (3.35) e (3.36).

Os resultados mais detalhados encontram-se no Anexo VI.



### 3.3. Formulário

$i$  = período de ocorrência do sinistro.

$j$  = período de desenvolvimento do sinistro.

$N$  = último ano com informação disponível.

$C_{i,j}$  = pagamentos efectuados no período de desenvolvimento  $j$ , relativos a sinistros ocorridos no período  $i$ , ou seja, montantes pagos incrementais.

$\hat{C}_{0,\infty}$  = valor estimado da provisão relativa aos sinistros ocorridos no período 0 mas ainda não regularizados no ano  $N$ .

$A_{i,j}$  = pagamentos efectuados até ao período de desenvolvimento  $j$ , inclusive, relativos a sinistros ocorridos no período  $i$ , ou seja, montantes pagos acumulados.

$A_{i,N-i}$  = pagamentos acumulados até à presente data, ou seja, diagonal principal da matriz.

$\hat{f}_j$  = estimador do factor de desenvolvimento do período  $j$ .

$\hat{A}_{i,j}$  = valor estimado da responsabilidade com os sinistros ocorridos no período  $i$  até ao período de desenvolvimento  $j$ .

$\hat{A}_{i,\infty}$  = estimativa do custo total com os sinistros ocorridos no período  $i$ .

$\hat{R}_i$  = provisão a constituir de modo a fazer face aos sinistros ocorridos no período  $i$ .

$\hat{R}$  = provisão total a constituir no final do ano  $N$ .

$r_{i,j}$  = número de ordem atribuído a cada factor individual  $A_{i,j+1}/A_{i,j}$ .

$s_{i,j}$  = número de ordem atribuído a cada factor individual  $A_{i,j}/A_{i,j-1}$ .

$T_j$  = coeficiente de correlação de *Spearman*.

$T$  = estimativa de  $T$ .

$L$  = os factores de desenvolvimento maiores de cada ano  $j$ .

$S$  = os factores de desenvolvimento menores de cada ano  $j$ .

$A_k$  = diagonal de factores de desenvolvimento.

$L_k$  = número de elementos de  $L$  que pertencem a  $A_k$ .

$S_k$  = número de elementos de  $S$  que pertencem a  $A_k$ .

$E\hat{Q}M$  = estimativa do erro quadrático médio.

$\Phi^{-1}[(1 - \alpha)/2]$  = quantil de probabilidade  $(1 - \alpha)/2$  da distribuição Normal Padrão.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Resultados do Ramo Automóvel

Analisando os valores do Quadro 4.1 podemos verificar que relativamente aos sinistros ocorridos no ano 2000, foram pagos no próprio ano (coluna do ano de desenvolvimento 0) 467.722 milhares de euros. Um ano depois (coluna do ano de desenvolvimento 1) este montante já ascendia a 764.918 milhares de euros. Ao fim de nove anos estima-se que ainda seriam necessários 45.622 milhares de euros para encerrar todos os sinistros ocorridos nesse ano.

Na diagonal assinalada estão representados todos os montantes pagos, até ao fim do ano 2009, referentes a sinistros ocorridos em cada um dos anos de ocorrência.

Estima-se também que, no final do exercício do ano 2009, seriam necessários mais de 2 mil milhões de euros para regularizar todos os sinistros ocorridos mas ainda pendentes, desde o ano 2000.

Quadro 4.1. *Resultados do Ramo Automóvel através do Método Chain Ladder*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento											Reserva
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	
2000	467.722	764.918	850.320	905.588	947.700	979.393	1.005.007	1.024.150	1.038.351	1.048.473	1.094.095	45.622
2001	691.643	1.010.607	1.095.616	1.160.310	1.196.339	1.225.616	1.255.793	1.275.876	1.291.261	1.303.848	1.360.583	69.322
2002	760.541	1.066.010	1.151.343	1.209.304	1.248.155	1.279.463	1.305.911	1.324.036	1.341.068	1.354.140	1.413.063	89.027
2003	704.801	1.020.014	1.100.810	1.157.512	1.194.938	1.222.735	1.248.942	1.269.024	1.285.348	1.297.878	1.354.352	105.410
2004	683.225	966.946	1.042.701	1.095.801	1.128.480	1.156.936	1.183.590	1.202.621	1.218.091	1.229.965	1.283.484	126.548
2005	643.849	931.398	1.009.611	1.061.899	1.095.240	1.123.702	1.149.590	1.168.075	1.183.100	1.194.633	1.246.615	151.375
2006	624.765	919.754	993.633	1.039.679	1.074.454	1.102.376	1.127.773	1.145.907	1.160.647	1.171.961	1.222.957	183.278
2007	644.699	937.216	1.003.802	1.057.298	1.092.663	1.121.058	1.146.885	1.165.326	1.180.316	1.191.822	1.243.682	239.880
2008	685.274	974.768	1.055.517	1.111.769	1.148.956	1.178.813	1.205.971	1.225.363	1.241.125	1.253.224	1.307.755	332.987
2009	710.337	1.033.257	1.118.851	1.178.479	1.217.897	1.249.546	1.278.333	1.298.888	1.315.596	1.328.421	1.386.224	675.887
Reserva total											2.019.336	

Depois de aplicados os modelos, procedemos à comparação entre os resultados obtidos e os que estão divulgados no ISP, conforme apresentado no Quadro 4.2:

Quadro 4.2. *Comparação das Reservas do Ramo Automóvel*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Reserva	Provisão ISP	Diferença (Prov. ISP - Res.)	Intervalos de Confiança	
				Inferior	Superior
2000	45.622	45.622	0	32.542	58.702
2001	69.322	61.840	-7.482	54.319	84.324
2002	89.027	83.186	-5.841	73.158	104.895
2003	105.410	113.127	7.717	88.220	122.600
2004	126.548	163.131	36.583	108.469	144.628
2005	151.375	177.535	26.160	130.942	171.809
2006	183.278	215.350	32.072	158.218	208.337
2007	239.880	276.424	36.544	210.459	269.300
2008	332.987	330.049	-2.938	292.093	373.881
2009	675.887	587.969	-87.918	552.628	799.147
<b>Reserva Total</b>	<b>2.019.336</b>	<b>2.054.233</b>	<b>34.897</b>	<b>1.860.203</b>	<b>2.178.469</b>

Grau de Confiança: 95,00%

Da análise ao quadro acima indicado, observa-se, em primeiro lugar, que a provisão total divulgada pelo ISP é ligeiramente superior à estimativa da reserva total obtida pelo método *Chain Ladder*, indicando que as provisões constituídas pelas seguradoras portuguesas se encontram suficientes face aos resultados deste método.

Constata-se ainda que ambas as estimativas para a provisão total encontram-se entre o limite inferior e o limite superior, com um grau de confiança de 95%.

No período compreendido entre os anos 2004 e 2007 as provisões do ISP apresentam-se em excesso ultrapassando o limite superior dos intervalos de confiança obtidos através do modelo *Thomas Mack*.

Nos anos em que as provisões do ISP estão abaixo das estimativas obtidas, elas mantêm-se dentro dos intervalos de confiança.

Os valores obtidos para o ramo automóvel, com um grau de confiança de 95%, revelam que as seguradoras portuguesas têm capacidade para fazer face à sinistralidade futura, não necessitando de qualquer montante adicional para a cobertura destes riscos.

Saliente-se, no entanto, que, apesar dos resultados da análise atrás apresentada, dever-se-á sempre ter em consideração, outros factores que possam influenciar as estimativas obtidas e que não se verificou a condição de não correlação entre os factores de desenvolvimento.

## 4.2. Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho

No Quadro 4.3 encontram-se as estimativas obtidas, pelo método *Chain Ladder*, para o ramo acidentes de trabalho.

O valor da provisão para sinistros estimado, para o final do ano 2009, foi de 505.944 milhares de euros.

Podemos observar no quadro, que entre os últimos anos, 2008 e 2009, a estimativa da reserva registou uma subida superior a 250%. Este valor pode não reflectir a verdadeira realidade porque dispomos ainda de pouca informação sobre estes anos.

Quadro 4.3. *Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho através do Método Chain Ladder*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento											Reserva
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	
2000	122.213	198.069	213.645	217.564	219.180	221.588	222.633	223.502	224.513	225.425	244.006	18.581
2001	135.079	239.484	257.289	262.694	265.075	266.740	269.863	270.784	271.434	272.537	295.001	23.567
2002	163.394	266.765	280.832	285.312	288.828	291.005	293.031	293.724	294.711	295.908	320.299	26.575
2003	171.719	270.954	286.061	291.195	294.410	297.440	299.920	300.868	301.879	303.105	328.089	28.169
2004	180.409	277.664	291.925	298.132	301.524	304.056	306.505	307.474	308.507	309.761	335.293	31.237
2005	179.171	284.890	302.415	308.351	311.624	314.313	316.845	317.846	318.914	320.210	346.604	34.980
2006	190.450	298.619	315.352	320.497	323.849	326.643	329.274	330.315	331.425	332.771	360.200	39.703
2007	193.265	303.003	319.686	325.633	329.038	331.877	334.550	335.608	336.735	338.103	365.972	46.286
2008	215.058	326.226	345.707	352.137	355.819	358.890	361.781	362.924	364.144	365.623	395.760	69.534
2009	201.654	320.626	339.772	346.092	349.711	352.729	355.570	356.694	357.893	359.346	388.966	187.312
Reserva total												505.944

Para facilitar a comparação a que nos propomos, apresentam-se, no Quadro 4.4, os montantes das reservas estimadas obtidas neste trabalho e os valores das provisões para sinistros divulgados pelo ISP, para o ramo acidentes de trabalho.

Adicionalmente, apresentam-se os limites superior e inferior dos intervalos de confiança a 95%, calculados para as estimativas das provisões, através do modelo *Thomas Mack*.

Quadro 4.4. *Comparação das Reservas do Ramo Acidentes de Trabalho*

(milhares de €)

Período de ocorrência	Reserva	Provisão ISP	Diferença (Prov. ISP - Res.)	Intervalos de Confiança	
				Inferior	Superior
2000	18.581	18.581	0	10.952	26.210
2001	23.567	20.528	-3.039	15.052	32.081
2002	26.575	22.464	-4.111	17.585	35.565
2003	28.169	26.320	-1.849	19.037	37.301
2004	31.237	28.705	-2.532	21.785	40.689
2005	34.980	27.412	-7.568	25.255	44.705
2006	39.703	27.285	-12.418	29.687	49.719
2007	46.286	36.592	-9.694	36.063	56.509
2008	69.534	52.242	-17.292	56.858	82.209
2009	187.312	145.277	-42.035	152.010	222.614
<b>Reserva Total</b>	<b>505.944</b>	<b>405.406</b>	<b>-100.538</b>	<b>448.017</b>	<b>563.871</b>

Grau de Confiança: 95,00%

Numa primeira análise, verifica-se que o valor total das provisões para sinistros divulgado pelo ISP é inferior ao valor da reserva total obtido pela aplicação do método *Chain Ladder*. Esta diferença representa aproximadamente -25%, o que já revela algum impacto nas contas das seguradoras.

É também visível, que a provisão total divulgada pelo ISP não se encontra dentro do intervalo de confiança alcançado neste trabalho, revelando um subprovisionamento. Mas embora esta provisão se apresente inferior à estimativa obtida, em todos os períodos de ocorrência, são nos anos mais recentes que se verificam valores abaixo dos limites inferiores dos intervalos de confiança. Esta situação pode indicar que os últimos anos poderão estar a ser subprovisionados.

Os resultados obtidos revelam que as companhias de seguros portuguesas apresentam uma insuficiência do provisionamento para o ramo acidentes de trabalho.

Contudo devemos ter em consideração que, para um grau de confiança de 95%, o pressuposto da independência entre os diferentes anos de ocorrência não se verificou nestes dados, e também que não foi realizado nenhum estudo à provisão divulgada pelo ISP para o ano 2000, por falta de informação disponível que nos possibilitou de fazer essa avaliação.

## 5. CONCLUSÕES

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões finais da interpretação dos resultados obtidos na aplicação prática deste trabalho.

As empresas de seguros têm como principal preocupação assegurar o cumprimento de todas as responsabilidades assumidas nos contratos de seguros. Para que isso seja garantido, devem constituir provisões técnicas suficientes para liquidarem os seus compromissos futuros. O cálculo destas provisões tem uma extrema importância no balanço das seguradoras, uma vez que, qualquer erro no provisionamento pode colocar em risco o sistema de solvência de uma empresa de seguros.

De entre os vários tipos de provisões técnicas existentes, foram escolhidas para este estudo, as provisões para sinistros, do ramo não vida, pois esta é a rubrica que maior influência tem nas contas das companhias de seguros que exploram os ramos não vida.

O presente trabalho teve como objectivo, analisar a adequação das provisões para sinistros no mercado segurador português, dos ramos automóvel e acidentes de trabalho, recorrendo aos dados disponibilizados pelo Instituto de Seguros de Portugal, nos seus relatórios sobre a actividade anual das seguradoras.

Para tal, optámos por estimar as provisões para sinistros recorrendo à utilização do método determinístico de *Chain Ladder* e do modelo estocástico de *Thomas Mack*.

De acordo com a análise realizada aos resultados obtidos conclui-se que, no final do exercício do ano 2009, para o ramo automóvel, as seguradoras portuguesas apresentavam provisões para sinistros adequadas. O mesmo não se verificou para o ramo acidentes de trabalho, onde os montantes das provisões divulgados pelo ISP se mostraram escassos relativamente aos dados alcançados neste estudo. Estas diferenças tornaram-se mais evidentes nos últimos anos observados.

Ressalve-se contudo que não foi possível realizar uma análise às provisões constituídas e disponibilizadas pelo ISP para o ano 2000, as quais influenciam os resultados finais.

## 6. LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

### 6.1. Limitações do Estudo

Este projecto apresenta duas limitações a considerar. A primeira prende-se com o ramo acidentes de trabalho. Neste ramo existe uma percentagem baixa de sinistros que, pelas suas características, apresentam despesas ao longo da vida do sinistrado. Os sinistrados apresentam um grau de incapacidade elevado, pelo que têm gastos ao longo da sua vida. Estes gastos são denominados despesas vitalícias. Há que ter especial atenção com estes montantes, pois influenciam directamente o valor do *ultimate*. No relatório do Instituto de Seguros de Portugal (2009) esta informação não está disponível, pelo que não foi possível ver a adequação do *ultimate* no ramo acidentes de trabalho.

A segunda limitação prende-se com o ramo automóvel. As indemnizações apresentam-se agregadas, isto é, as indemnizações de danos materiais e de danos corporais estão juntas. A cadência de desenvolvimento e o montante envolvido em cada tipo de dano é muito diferente. Os danos materiais são, de um modo geral, de montante mais baixo e de liquidação mais rápida ao contrário dos danos corporais que, por vezes, se arrastam em tribunal durante vários anos. Ao se projectarem os montantes agregados estão a misturar-se dois comportamentos distintos. Mas, mais uma vez, os dados disponíveis no relatório do ISP, não apresentava a discriminação necessária.

### 6.2. Recomendações para Estudos Futuros

Como proposta para trabalhos futuros proponho a estimação das mesmas reservas utilizando outras metodologias determinísticas, como por exemplo o método de *Bornhuetter-Ferguson*, e outras metodologias estocásticas, como os modelos lineares generalizados, a técnica de *Bootstrap* ou os modelos loglineares, entre outros.

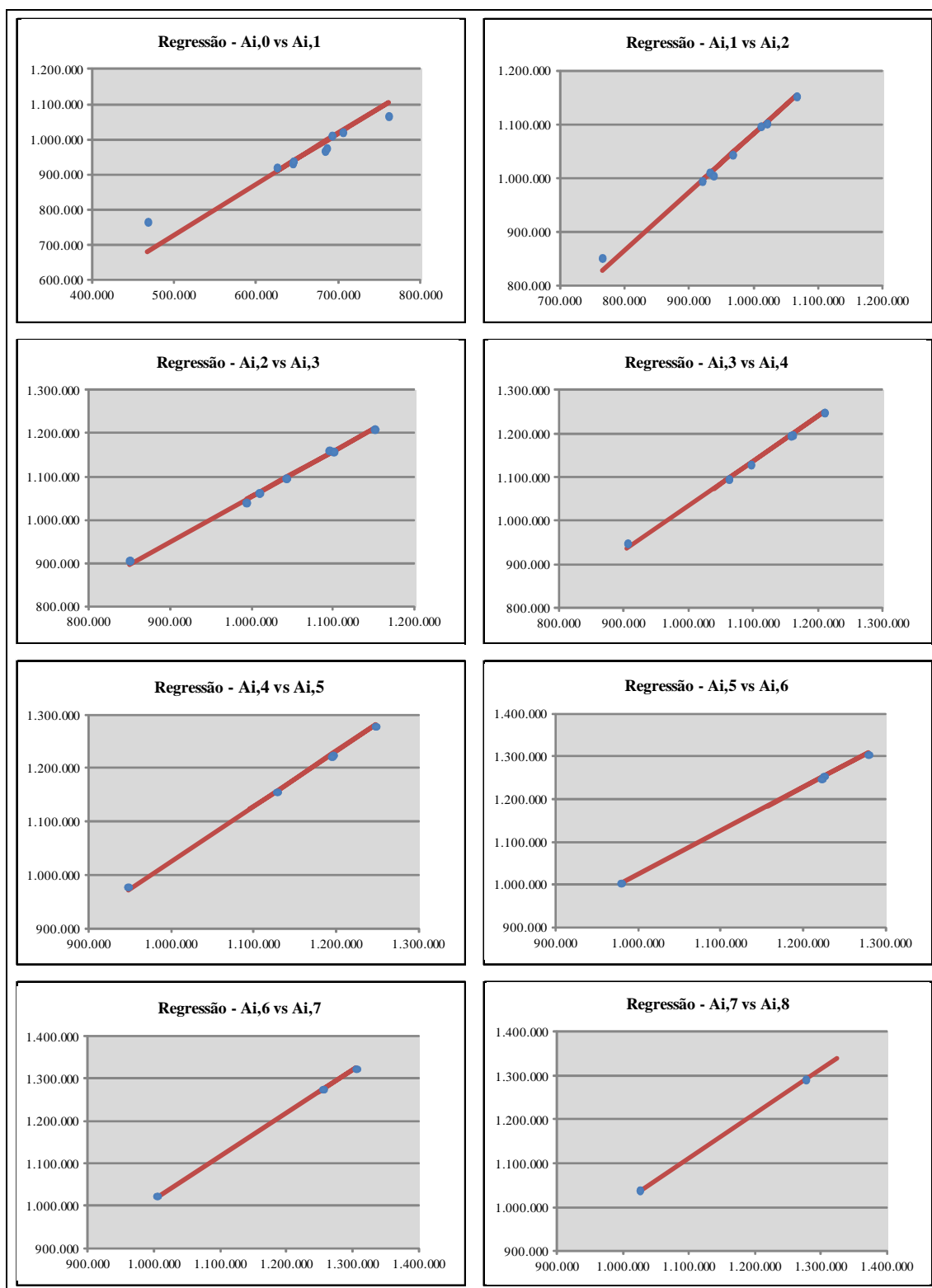


Também aconselho a realização deste estudo depois de analisadas as estimativas das provisões para sinistros, divulgadas pelo ISP, para o ano 2000, porque um valor diferente destas reservas pode modificar significativamente os resultados finais.

Outro trabalho que seria interessante realizar, consiste na desagregação dos custos com sinistros do ramo automóvel, em danos materiais e danos corporais, uma vez que estes últimos representam, normalmente, um custo muito mais elevado para a seguradora.

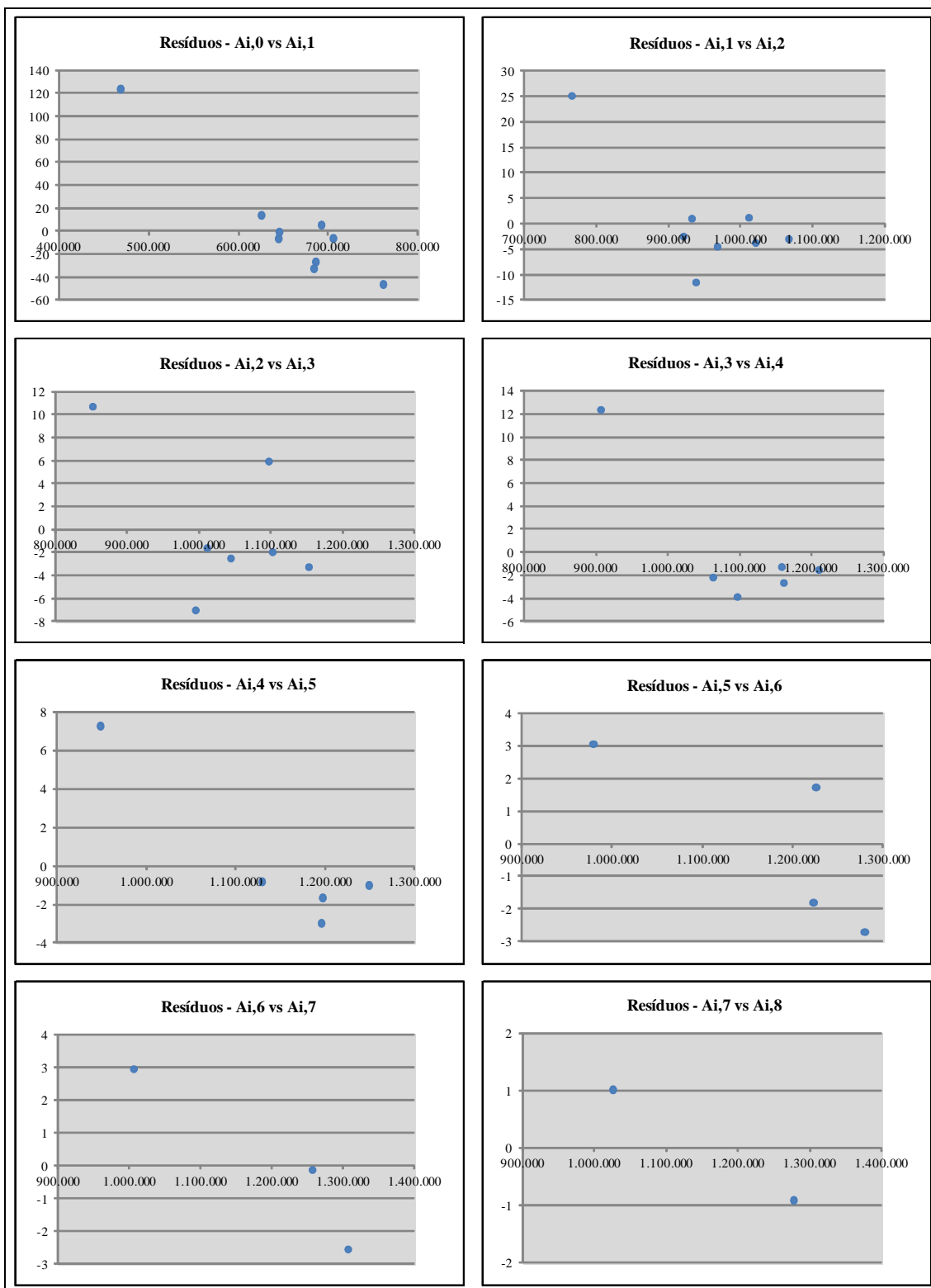
## ANEXO I - 1º Pressuposto - Ramo Automóvel

Ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento.



## ANEXO II - 3º Pressuposto - Ramo Automóvel

### Resíduos Ponderados



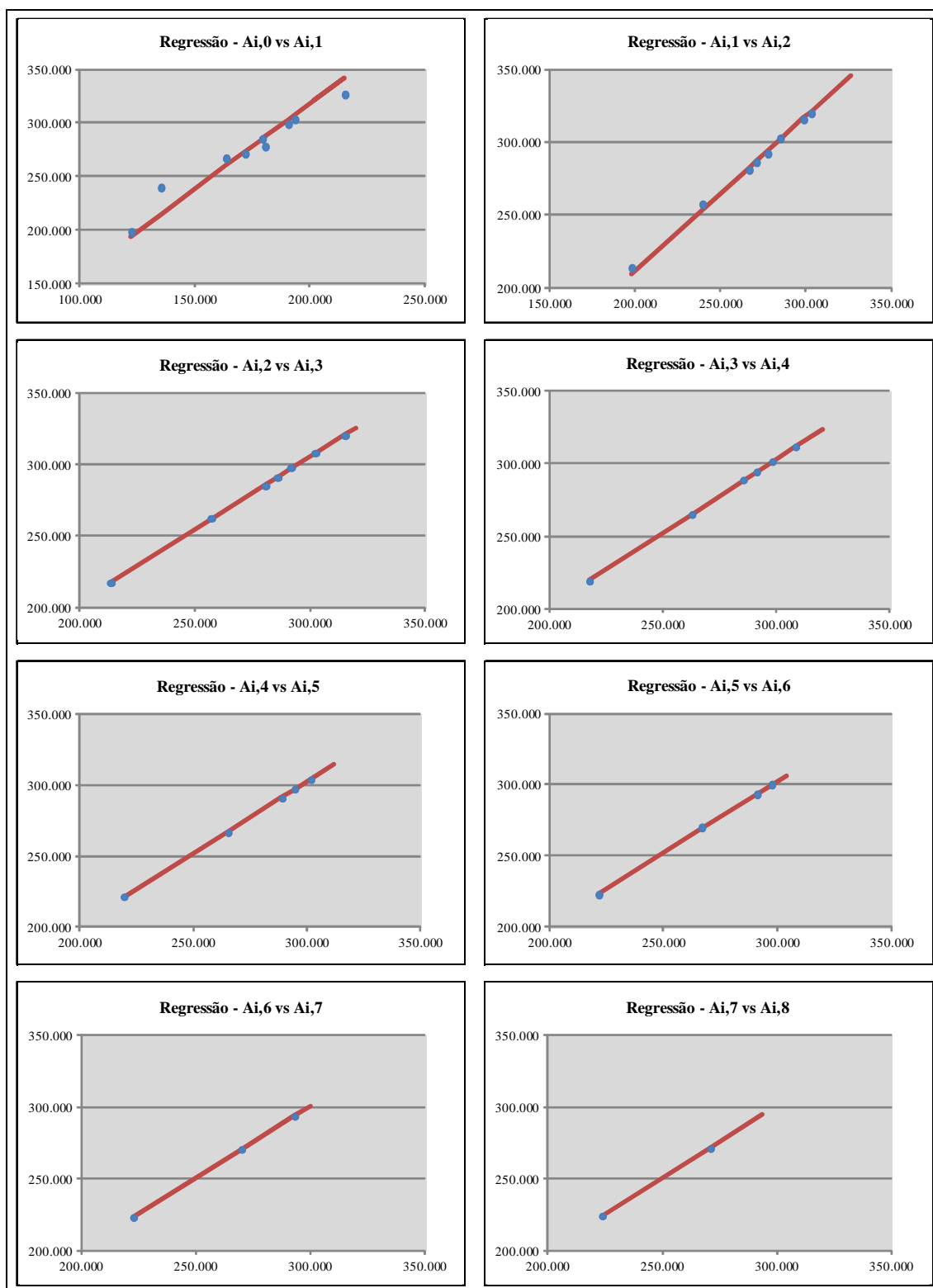
### ANEXO III - Resultados do Ramo Automóvel (milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento												Reserva	% Res.	Intervalos de Confiança		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	Inferior			Superior		
2000	467.722	764.918	850.320	905.588	947.700	979.393	1.005.007	1.024.150	1.038.351	1.048.473	1.094.095	45.622		32.542	58.702		
2001	691.643	1.010.607	1.095.616	1.160.310	1.196.339	1.225.616	1.255.793	1.275.876	1.291.261	1.303.848	1.360.583	6.674	15%	54.319	84.324		
												69.322	7.655			11%	
2002	760.541	1.066.010	1.151.343	1.209.304	1.248.155	1.279.463	1.305.911	1.324.036	1.341.068	1.354.140	1.413.063	89.027	9%	73.158	104.895		
												8.096	8.096			9%	
2003	704.801	1.020.014	1.100.810	1.157.512	1.194.938	1.222.735	1.248.942	1.269.024	1.285.348	1.297.878	1.354.352	105.410	8%	88.220	122.600		
												8.771	8.771			8%	
2004	683.225	966.946	1.042.701	1.095.801	1.128.480	1.156.936	1.183.590	1.202.621	1.218.091	1.229.965	1.283.484	126.548	7%	108.469	144.628		
												9.224	9.224			7%	
2005	643.849	931.398	1.009.611	1.061.899	1.095.240	1.123.702	1.149.590	1.168.075	1.183.100	1.194.633	1.246.615	151.375	7%	130.942	171.809		
												10.426	10.426			7%	
2006	624.765	919.754	993.633	1.039.679	1.074.454	1.102.376	1.127.773	1.145.907	1.160.647	1.171.961	1.222.957	183.278	7%	158.218	208.337		
												12.786	12.786			7%	
2007	644.699	937.216	1.003.802	1.057.298	1.092.663	1.121.058	1.146.885	1.165.326	1.180.316	1.191.822	1.243.682	239.880	6%	210.459	269.300		
												15.011	15.011			6%	
2008	685.274	974.768	1.055.517	1.111.769	1.148.956	1.178.813	1.205.971	1.225.363	1.241.125	1.253.224	1.307.755	332.987	6%	292.093	373.881		
												20.865	20.865			6%	
2009	710.337	1.033.257	1.118.851	1.178.479	1.217.897	1.249.546	1.278.333	1.298.888	1.315.596	1.328.421	1.386.224	675.887	9%	552.628	799.147		
												62.889	62.889			9%	
												Reserva total	2.019.336	81.192	4%	1.860.203	2.178.469

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	Grau de Confiança: 95,00%	
$E\hat{Q}M\left(\sum_{i=N-j}^N \hat{A}_{i,j+1}\right)$	1,939E+09	2,569E+09	3,019E+09	3,493E+09	3,861E+09	4,172E+09	4,519E+09	4,731E+09	4,884E+09	6,592E+09		
Erro Padrão (EP)	44.032	50.683	54.949	59.100	62.137	64.590	67.220	68.784	69.886	81.192		

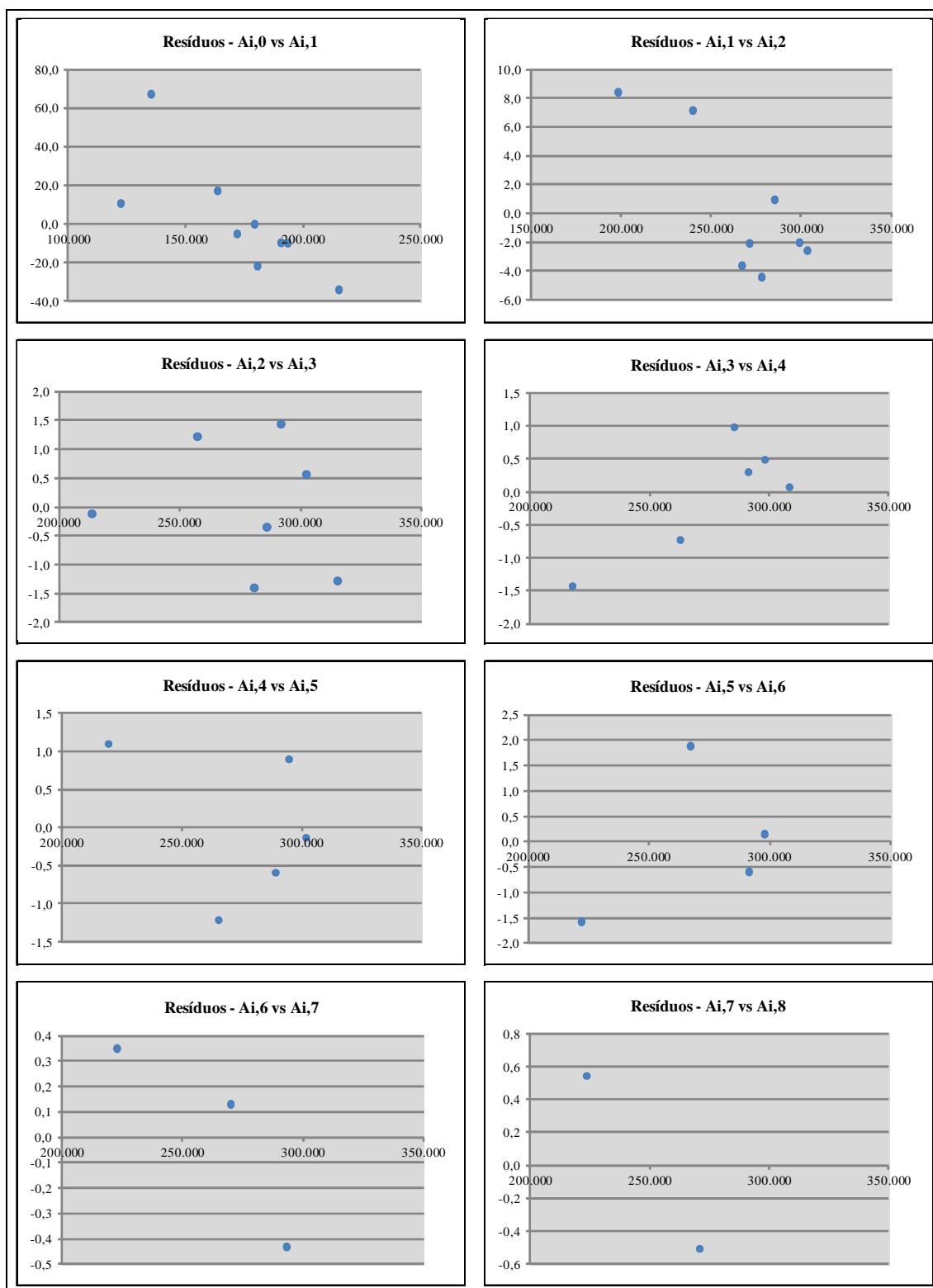
## ANEXO IV - 1º Pressuposto - Ramo Acidentes de Trabalho

Ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento.



## ANEXO V - 3º Pressuposto - Ramo Acidentes de Trabalho

### Resíduos Ponderados



## ANEXO VI - Resultados do Ramo Acidentes de Trabalho (milhares de €)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento											Reserva	% Res.	Intervalos de Confiança	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞			Inferior	Superior
2000	122.213	198.069	213.645	217.564	219.180	221.588	222.633	223.502	224.513	225.425	244.006	18.581		10.952	26.210
											3.892	3.892	21%		
2001	135.079	239.484	257.289	262.694	265.075	266.740	269.863	270.784	271.434	272.537	295.001	23.567		15.052	32.081
										312	4.344	4.344	18%		
2002	163.394	266.765	280.832	285.312	288.828	291.005	293.031	293.724	294.711	295.908	320.299	26.575		17.585	35.565
									508	609	4.587	4.587	17%		
2003	171.719	270.954	286.061	291.195	294.410	297.440	299.920	300.868	301.879	303.105	328.089	28.169		19.037	37.301
								260	579	673	4.659	4.659	17%		
2004	180.409	277.664	291.925	298.132	301.524	304.056	306.505	307.474	308.507	309.761	335.293	31.237		21.785	40.689
							912	952	1.090	1.148	4.823	4.823	15%		
2005	179.171	284.890	302.415	308.351	311.624	314.313	316.845	317.846	318.914	320.210	346.604	34.980		25.255	44.705
						607	1.114	1.149	1.272	1.326	4.962	4.962	14%		
2006	190.450	298.619	315.352	320.497	323.849	326.643	329.274	330.315	331.425	332.771	360.200	39.703		29.687	49.719
					543	828	1.267	1.301	1.417	1.469	5.110	5.110	13%		
2007	193.265	303.003	319.686	325.633	329.038	331.877	334.550	335.608	336.735	338.103	365.972	46.286		36.063	56.509
				688	885	1.091	1.462	1.492	1.598	1.647	5.216	5.216	11%		
2008	215.058	326.226	345.707	352.137	355.819	358.890	361.781	362.924	364.144	365.623	395.760	69.534		56.858	82.209
			3.025	3.164	3.248	3.342	3.517	3.540	3.601	3.637	6.467	6.467	9%		
2009	201.654	320.626	339.772	346.092	349.711	352.729	355.570	356.694	357.893	359.346	388.966	187.312		152.010	222.614
		13.877	15.008	15.304	15.474	15.621	15.779	15.831	15.895	15.965	18.012	18.012	10%		
Reserva total												505.944		448.017	563.871
												29.555	6%		

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	∞	Grau de Confiança:	95,00%
$EQM \left( \sum_{i=N-j}^N \hat{A}_{i,j+1} \right)$	1,926E+08	2,368E+08	2,476E+08	2,547E+08	2,627E+08	2,790E+08	2,822E+08	2,932E+08	3,021E+08	8,735E+08		
Erro Padrão (EP)	13.877	15.388	15.735	15.959	16.207	16.703	16.800	17.122	17.380	29.555		

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Associação Portuguesa de Seguros. (09/10). *Seguros em Portugal, Panorama do Mercado Segurador*, em <http://www.apseguradores.pt/Site/Home.jsf>.
- Borginho, H. M. M. (2001). *Metodologias Estocásticas de Estimação de Provisões para Sinistros*: Relatório de Estágio Curricular, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.
- Borginho, H. M. M. (2003). *Provisões para Sinistros Não Vida - Metodologias de Estimação*, Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP.
- Faculty and Institute of Actuaries. (1997). *Claims Reserving Manual* (Vol. 1): The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.
- Instituto de Seguros de Portugal. (2009). *Estatísticas de Seguros*, em <http://www.isp.pt>.
- Instituto de Seguros de Portugal. (s.d.). Glossário. em <http://www.isp.pt>.
- Kendall, M.G., Stuart, A. (1973). *The Advanced Theory of Statistics* (Vol. 2): Inference and Relationship, Griffin.
- Mack, T. (1993). Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. *Astin Bulletin*, 23, 213-225.
- Mack, T. (1999). The Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates: Recursive Calculation and Inclusion of a Tail Factor. *Astin Bulletin*, 29, 361-366.
- Portugal, L. (2007). *Gestão de Seguros Não-Vida*, Instituto de Formação Actuarial.



Taylor, G. C. (2000). *Loss Reserving - An Actuarial Perspective*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Zehnwirth, B. (1989). *The Chain Ladder Technique - A Stochastic Model, Claims Reserving Manual* (Vol. 2): The Institute of Actuaries and the Faculty of Actuaries.